

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
"Волжский государственный университет водного транспорта"**

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б.1.О.Д16 Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика

Профиль	Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по видам)
Институт	экономики, управления и права
Кафедра	Кафедра математики
Специальность	10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

1. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Всего часов/зачетных единиц	Семестры	
		4	5
Лекции	55 Часы	38	17
Практические занятия	72 Часы	38	34
СРС	62 Часы	32	30
Приём дифференцированных зачётов (зачетов с оценкой) (п.9.1)	0 Часы		
Экзамен	27 Часы		27

2. Место дисциплины в структуре ООП

Код дисциплины	Наименование блока	Трудоемкость дисциплины, з.е.
Б.1.О.Д16	Блок 1 Дисциплины (модули) (Обязательная часть)	6

3. Разделы дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Лекции	Практические занятия	СРС	Приём дифференцированных зачётов (зачетов с оценкой) (п.9.1)	Экзамен	Всего
1	Раздел 1 Теория вероятностей. Алгебра событий.						
1,1	Тема 1.1 Комбинаторика. Принцип суммы, Принцип произведения. Основные типы соединений.	2 Часы	2 Часы	2 Часы			6 Часы
1,2	Тема 1.2 Классификация событий. Классическое определение вероятности. Статистическая вероятность. Геометрическая вероятность.	2 Часы	2 Часы	1 Часы			5 Часы
1,3	Тема 1.3 Основные теоремы вероятности. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Полная группа событий. Противоположные события. Принцип практической невозможности маловероятных событий.	2 Часы	2 Часы	2 Часы			6 Часы
1,4	Тема 1.4 Произведение событий. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимые события. ТУВ для независимых событий. Вероятность появления хотя бы одного события.	2 Часы	2 Часы	2 Часы			6 Часы
1,5	Тема 1.5 Теорема сложения вероятностей совместных событий. Формула полной вероятности. Вероятность гипотез. Формула Байеса.	2 Часы	2 Часы	2 Часы			6 Часы
1,6	Тема 1.6 Повторные испытания. Формула Бернулли. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа.	2 Часы	2 Часы	2 Часы			6 Часы
2	Раздел 2 Теория вероятностей. Случайные величины.						

2,1	Тема 2.1 Случайная величина. Дискретные и непрерывные СВ. Способы задания закона распределения вероятностей ДСВ. Ряд распределения. Интегральная функция распределения. Свойства интегральной функции распределения.	2 Часы	2 Часы	1 Часы		5 Часы
2,2	Тема 2.2 Дискретные и непрерывные СВ. Закон распределения вероятностей ДСВ. Ряд распределения. Интегральная функция распределения и её свойства. Дифференциальная функция распределения НСВ. Свойства плотности распределения вероятностей.	2 Часы	2 Часы	2 Часы		6 Часы
2,3	Тема 2.3 Числовые характеристики ДСВ. Математическое ожидание ДСВ. Свойства математического ожидания. Дисперсия ДСВ. Свойства дисперсии. Среднеквадратическое отклонение.	2 Часы	1 Часы	2 Часы		5 Часы
2,4	Тема 2.4 Числовые характеристики НСВ. Математическое ожидание НСВ. Дисперсия НСВ. Вероятность появления СВ в заданном интервале.Равномерное распределение НСВ.	2 Часы	1 Часы	1 Часы		4 Часы
2,5	Тема 2.5 Контрольная работа. т. 1.1-1.6., 2.1-2.4.		2 Часы	2 Часы		4 Часы
3	Раздел 3. Теория вероятностей. Законы распределения вероятностей случайных величин.					
3,1	Тема 3.1 Закон распределения вероятностей ДСВ. Биномиальный закон распределения. Закон распределения суммы и произведения независимых СВ.Числовые характеристики биномиального закона. Геометрическое и гипергеометрическое распределению	2 Часы	2 Часы	1 Часы		5 Часы
3,2	Тема 3.2 Закон распределения Пуассона. Прстейший поток событий.Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Сущность и значение теоремы Чебышева для практики. Показательный закон распределения. Функция надежности. распределения.	2 Часы	2 Часы	1 Часы		5 Часы
3,3	Тема 3.3 Нормальный закон распределения. Числовые характеристики НЗР. Правило трех сигм. Центральная предельная теорема. Ассиметрия и эксцесс. Распределения " хи квадрат", Стьюдента, Фишеоа.	2 Часы	1 Часы	2 Часы		5 Часы
3,4	Тема 3.4 Контрольная работа. 3.1-3.3.		1 Часы	1 Часы		2 Часы
4	Раздел 4 Математическая статистика.					
4,1	Тема 4.1 Задачи математической статистики. Генеральная и выборочная совокупности.Репрезетативная выборка. Эмперическая функция распределения. Полигон и гистограмма.	2 Часы	2 Часы	1 Часы		5 Часы
4,2	Тема 4.2 Статистические оценки парамеиров распределения. Несмещенные, эффективные, состоятельные оценки. Генеральная и выборочная средняя. Групповая и общая средняя..Генеральная и выборочная дисперсия.	2 Часы	2 Часы	1 Часы		5 Часы
4,3	Тема 4.3 Точность оценки. Надежность. Доверительный интервал. Доверительный интервал для оценки мат. ожидания и среднеквадр. отклонения нормального закона . Метод моментов. Метод наибольшего правдоподобия.	2 Часы	2 Часы	1 Часы		5 Часы
4,4	Тема 4.4 Статистическая проверка статистических гипотез. Нулевая и конкурирующая, простая и сложная гипотезы. Ошибки первого и второго рода. Ст. проверка нулевой гипотзы. Критическая область. Отыскание критических областей. Мощность критерия.	2 Часы	2 Часы	1 Часы		5 Часы
4,5	Тема 4.5 Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей. Сравнение двух средних произвольно распределенных генеральных совокупностей. Связь между длвухсторонней критической областью и доверительным интервалом.	2 Часы	2 Часы	1 Часы		5 Часы
4,6	Тема 4.6 Определение минимального объема выборки при сравнении выборочной и гипотетической гинеральной средней. Сравнение двух средних нормальных генеральных совокупностей.. Критерий Бартлетта. Критерий Кочрена.	2 Часы	2 Часы	1 Часы		5 Часы

4,7	Тема 4.7 Расчетно графическая работа. т. 4.1-4.6.			2 Часы			2 Часы
5	Раздел 5 Математическая статистика. Корреляционный анализ.						
5,1	Тема 5.1 Система нескольких случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины. Свойства функции распределения.	1 Часы	2 Часы	2 Часы			5 Часы
5,2	Тема 5.2 Плотность совместного распределения вероятностей непрерывной двумерной случайной величины. Её вероятностный смысл.	1 Часы	2 Часы	1 Часы			4 Часы
5,3	Тема 5.3 Условные законы распределения составляющих системы дискретных случайных величин. (непрерывных случайных величин).	1 Часы	2 Часы	2 Часы			5 Часы
5,4	Тема 5.4 Условное математическое ожидание. Зависимые и независимые случайные величины.	1 Часы	2 Часы	2 Часы			5 Часы
5,5	Тема 5.5 Числовые характеристики системы двух случайных величин. Ковариация. Коэффициент корреляции.	1 Часы	2 Часы	1 Часы			4 Часы
5,6	Тема 5.6 Коррелированность и зависимость случайных величин. Нормальный закон распределения на плоскости.	1 Часы	2 Часы	2 Часы			5 Часы
5,7	Тема 5,7 Линейная регрессия. Прямые среднеквадратической регрессии. Линейная корреляция. Нормальная корреляция.	1 Часы	2 Часы	1 Часы			4 Часы
5,8	Тема 5.8 Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Условные средние. Выборочное уравнение регрессии. Корреляционная таблица.	1 Часы	2 Часы	2 Часы			5 Часы
5,9	Тема 5.9 Выборочный коэффициент корреляции. Методика вычисления. Выборочное корреляционное соотношение. Криволинейная корреляция. Множественная корреляция.	1 Часы	2 Часы	2 Часы			5 Часы
5,91	Тема 5.91 Расчетно графическая работа. 5.1-5.9.			2 Часы			2 Часы
6	Раздел 6 Случайные процессы.						
6,1	Тема 6.1 Задачи анализа и синтеза. Случайная функция. Случайный процесс. Корреляционная теория случайных функций.	1 Часы	2 Часы	2 Часы			5 Часы
6,2	Тема 6.2 Математическое ожидание и дисперсия случайных функций. Корреляционная функция случайных функций. Взаимная корреляционная функция. Производная и интеграл от случайной функции.	1 Часы	2 Часы	1 Часы			4 Часы
6,3	Тема 6.3 Стационарные случайные процессы. Корреляционная функция стационарной случайной функции. Стационарно связанные случайные функции. Взаимная корреляционная функция.	1 Часы	2 Часы	2 Часы			5 Часы
6,4	Тема 6.4 Определение характеристик эргодических стационарных случайных функций на основе экспериментальных данных.	1 Часы	2 Часы	2 Часы			5 Часы
6,5	Тема 6.5 Элементы спектральной теории стационарных случайных функций. Гармонические колебания со случайными амплитудами и случайными фазами. Дискретный спектр . Непрерывный спектр. Спектральная плотность.	1 Часы	2 Часы	1 Часы			4 Часы
6,6	Тема 6.6 Взаимная спектральная плотность стационарных и стационарно связанных случайных функций. Дельта-функция. Стационарный белый шум.	1 Часы	2 Часы	2 Часы			5 Часы
6,7	Тема 6.7 Марковский процесс. Цепь Маркова. Однородная цепь Маркова. Переходные вероятности.	1 Часы	2 Часы	2 Часы			5 Часы
6,8	Тема 6.8 Матрица перехода. Равенство Маркова.	1 Часы	1 Часы	1 Часы			3 Часы
6,9	Тема 6.9 Контрольная работа. 6.1-6.8.		1 Часы				1 Часы

4. Перечень планируемых результатов обучения, соотнесенных с планируемыми результатами освоения

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование и развитие у обучающегося следующих компетенций:

№ п/п	компетенции	Индикатор достижения		
		Знать	Уметь	Владеть

1	Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.3.1 Основные понятия теории вероятностей, методы вычислений, основные свойства и признаки вероятностных характеристик для постановки и решения поставленных задач.	ОПК-3.У.1 Использовать полученные математические результаты при анализировании практических задач.	ОПК-3.В.1 Математическими навыками подготовки научных докладов, публикаций и подборки библиографии по научно исследовательской тематики.
2	Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-3.3.2 Вероятностные методы анализа и законы распределения для формирования более точного прогнозирования исследуемых процессов.	ОПК-3.У.2 Применять вероятностные законы и статистические прогнозы при непосредственных расчетах произведенных задач.	ОПК-3.В.2 Статистическими приемами при прогнозировании результатов научных экспериментов и обработке полученных данных..
3	Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	УК-1.3.1 Фундаментальные статистические законы для формирования основных направлений развития научных методик обработки полученных результатов.	УК-1.У.1 Анализировать с помощью теории случайных процессов результатов прямой задачи (анализа) и обратной задачи (синтеза).	УК-1.В.1 Полученными теоретическими знаниями элементов корреляционного анализа для правильного системного подхода и анализа необходимых стратегий при подготовке и проведении практических экспериментов.

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование и развитие у обучающегося следующих требуемых Международной конвенцией о подготовке и дипломировании моряков и несении вахты 1978 года стандартов компетентности:

№ п/п	Таблица	Функция	Сфера компетентности
1			

5. Материально-техническое и учебно-методическое обеспечение программы

5.1 Помещения и оборудование

№ п/п	Вид помещений	Оснащение помещений	№ помещений
1	Учебные аудитории для проведения учебных занятий	оборудование и технические средства обучения (Парты (50 ед.); Стол аудиторный (2 ед.); Мультимедийное оборудование (1 ед.) (562) Парты (47 ед.); Мультимедийное оборудование (1 ед.) (568) Парты (37 ед.); Мультимедийное оборудование (1 ед.) (570) Стол рабочий (20 ед.); стул (35 ед.); Мультимедийное оборудование (1 ед.) (571))	562,568,570,571
2	Помещения для самостоятельной работы обучающихся	компьютерная техника с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечение доступа в электронную информационно-образовательную среду университета	462

5.2 Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

№ п/п	Наименование
1	Microsoft Office Professional Plus 2016 (Договор №44/109-15 от 28.12.2015 (бессрочно))
2	Microsoft Office ProPlus 2013 (Договор №44/59-18 от 09.04.2018 (бессрочно))

5.3 Карта обеспеченности печатными и(или) электронными изданиями и электронными образовательными ресурсами

№ п/п	Наименование источника	Год издания	Ресурс	Количество экземпляров
1	Крайнова, В.В. Методические указания по организации и выполнению внеаудиторной (самостоятельной) работы [Электронный ресурс] : для преподавателей и студ.по направлениям подготовки (спец.) высш.и сред.проф.образования / В. В. Крайнова ; ВГУВТ. - Н.Новгород, 2018. - 1 текст/файл. - Авторский вариант. – Режим доступа: http://94.100.87.24:8080/MarcWeb/Tmp/f15520.pdf	2 018	Электронный ресурс	0
2	Урусова, Н.А.;Теория вероятностей;контр.задания для студ.заочн.отд.юрид.спец.;Урусова, Н.А.-Н.Новгород,ВГУВТ; <null> ;	2 006	Текст	11
3	Белых, В.Н.;Конспекты лекций по математике;конспекты лекций для студ.очн.обучения экон.спец.080105,080109, 080502, 080507;Белых, В.Н.Украинский, Б.С.-Н.Новгород,ВГУВТ; <null> ;	2 005	Текст	399

4	Урусова, Н.А.;Методические указания к выполнению лабораторных работ по математической статистике;<null>;Урусова, Н.А.-Н.Новгород,ВГАВТ; <null> ;	2 006	Текст	94
5	Белых, В.Н.;Конспекты лекций по математике;конспекты лекций для студ.очн.обучения экон.спец.;Белых, В.Н.Украинский, Б.С.-Н.Новгород,ВГАВТ; <null> ;	2 006	Текст	307
6	Вентцель, Е.С.;Теория вероятностей;учебник;Вентцель, Е.С.-М.,Высш.школа; <null> ;	1 999	Текст	44
7	Письменный, Д.Т.;Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике;<null>;Письменный, Д.Т.-М.,Айрис-пресс; <null> ;	2 005	Текст	188
8	Гмурман, В.Е.;Теория вероятностей и математическая статистика;учеб.пособие;Гмурман, В.Е.-М.,Высш.школа; <null> ;	1 999	Текст	18
9	Письменный, Д.Т.;Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам;<null>;Письменный, Д.Т.-М.,Айрис-пресс; <null> ;	2 010	Текст	98
10	Урусова, Н.А.;Теория вероятностей;контр.задания для студ.заочн.отд.юрид.спец.;Урусова, Н.А.-Н.Новгород,<null>; <null> ; http://94.100.87.24:8080/marcweb/	2 006	Электронный ресурс	0
11	Белых, В.Н.;Конспекты лекций по математике;конспекты лекций для студ.очн.обучения экон.спец.080105,080109, 080502, 080507;Белых, В.Н.Украинский, Б.С.-Н.Новгород,<null>; <null> ; http://94.100.87.24:8080/marcweb/	2 005	Электронный ресурс	0
12	Белых, В.Н.;Задачник по теории вероятностей;практикум для студ.2-го курса подготовки 26.05.06;Белых, В.Н.Евтушенко, А.А.Киняпина, М.С.-Н.Новгород,<null>; <null> ; http://94.100.87.24:8080/marcweb/	2 019	Электронный ресурс	0

Программа предусматривает возможность применения электронного обучения, дистанционных образовательных технологий.

Электронная информационно-образовательная среда университета с возможностью доступа к информационно- телекоммуникационной сети "Интернет" - Режим доступа: <http://www.eios.vsuwt.ru/>.

5.4 Современные профессиональные базы данных

№ п/п	Наименование
1	Статистический сборник: Транспорт в России- Режим доступа: http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1136983505312
2	Центральная база статистических данных - Режим доступа: http://cbsd.gks.ru/

5.5 Информационные справочные системы

№ п/п	Наименование
1	Справочная правовая система «КонсультантПлюс» - Режим доступа: http://www.consultant.ru (договор от 02.02.2015 г.)
2	Справочная правовая система «Гарант» - Режим доступа: http://www.garant.ru (договор 62/16 от 01.09.2016 г. - бессрочный)
3	Справочная правовая система «КонсультантПлюс» - Режим доступа: http://www.consultant.ru (договор от 02.02.2015 г.)
4	Справочная правовая система «Гарант» - Режим доступа: http://www.garant.ru (договор 62/16 от 01.09.2016 г. - бессрочный)

6. Оценочные и методические материалы

Оценочные и методические материалы, определяющие процедуры оценивания индикаторов, характеризующих этапы формирования компетенций, являются приложением к программе.

№ п/п	Индикатор достижения компетенций	Сфера компетентности (МК ПДНВ)	Контролируемые разделы (темы)		Процедура оценивания	Критерии оценивания результата обучения и шкала оценивания			
						2	3	4	5
			Вид контроля	Форма контроля		не зачтено	зачтено		
1	ОПК-3.3.1, ОПК-3.У.1, ОПК-3.В.1		1.1,1.1.1,1.2,1.3,1.4,1.5,1.6,2.2,2.2.2,2.3,2.4 Текущий контроль	Контрольная работа	Выполняется в течении 90 мин. 10 вариантов.	Работа не выполнена или сделана не по заданному варианту, объяснение хода ее решения дано неполное, непоследовательное, с грубыми ошибками, без теоретического обоснования.	Даны ответы на задания контрольной работы без обоснования шагов решения, с ошибками, слабым теоретическим обоснованием, со значительными затруднениями и ошибками.	Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточно логичное, с единичными ошибками в деталях, некоторыми затруднениями в теоретическом обосновании.	Работа выполнена полностью, ответ на вопрос задачи дан правильный, объяснение хода ее решения подробное, последовательное, грамотное, с теоретическими обоснованиями
2	ОПК-3.3.2, ОПК-3.У.2, ОПК-3.В.2		3.3.1,3.2,3.3 Текущий контроль	Контрольная работа	Выполняется в течении 45 мин. 10 вариантов.	Работа не выполнена или сделана не по заданному варианту, объяснение хода ее решения дано неполное, непоследовательное, с грубыми ошибками, без теоретического обоснования.	Даны ответы на задания контрольной работы без обоснования шагов решения, с ошибками, слабым теоретическим обоснованием, со значительными затруднениями и ошибками.	Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточно логичное, с единичными ошибками в деталях, некоторыми затруднениями в теоретическом обосновании.	Работа выполнена полностью, ответ на вопрос задачи дан правильный, объяснение хода ее решения подробное, последовательное, грамотное, с теоретическими обоснованиями

3	ОПК-3.3.2, ОПК-3.У.2, ОПК-3.В.2		4.4.1, 4.4.2, 4.4.3, 4.4.4, 4.4.5, 4.4.6	Текущий контроль Расчетно-графическая работа	Выполняется вне аудитории, самостоятельно. 10 вариантов.	РГР выполнена не полностью, допущены грубые ошибки, большинство предусмотренных заданий не выполнены либо выполнены с грубыми ошибками	РГР выполнена большей частью, но допущены ошибки в расчетах и чертежах (графиках); необходимые умения и практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки; оформление РГР с нарушением установленных требований	РГР в целом выполнена, но допущены неточности в расчетах и чертежах (графиках), теоретическое содержание освоено; необходимые умения и практические навыки работы в основном сформированы, все предусмотренные задания выполнены с отдельными неточностями, оформление РГР согласно установленным требованиям.	РГР выполнена в полном объеме; без ошибок в расчетах и чертежах (графиках), теоретическое содержание освоено полностью, без пробелов, системно и глубоко; необходимые умения и практические навыки сформированы, все задания выполнены безупречно, оформление РГР согласно установленным требованиям.
4	ОПК-3.3.1, ОПК-3.У.1, ОПК-3.В.1, ОПК-3.3.2, ОПК-3.У.2		6	Промежуточная аттестация Итоговый тест	Итоговый тест: Длительность ответа 30-40 минут	0-49% правильных ответов	50-69% правильных ответов	70-89% правильных ответов	90-100% правильных ответов

5	ОПК-3.З.1, ОПК-3.У.1, ОПК-3.В.1, ОПК-3.В.2		6	Промежуточная аттестация Дифференцированный зачет	Билет содержит 3 теоретических вопроса и 3 практических. Предоставлено 20 билетов.	Обучающийся показывает незнания основного учебного материала, допускает принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий, не знаком с рекомендованной литературой, не может исправить допущенные ошибки	Обучающийся показывает знания основного учебного материала в минимальном объеме; справляется с выполнением заданий, предусмотренных программой, допуская при этом большое количество не принципиальных ошибок; знаком с литературой, рекомендованной программой	Обучающийся показывает достаточный уровень знаний в пределах основного учебного материала, без существенных ошибок выполняет предусмотренные в программе задания; усвоил литературу, рекомендованную в программе; способен объяснить взаимосвязь основных понятий при дополнительных вопросах преподавателя	Обучающийся показывает всестороннее, систематическое и глубокое знание учебного материала, умеет свободно выполнять задания, предусмотренные программой; проявляет творческие способности в понимании, изложении и использовании учебного материала; усвоил рекомендованную литературу; может объяснить взаимосвязь основных понятий в их значении для последующей профессиональной деятельности
6	УК-1.3.1,У К-1.У.1		5,5.1,5.2,5.3,5.4,5.5,5.6,5.7,5.8,5.9	Текущий контроль Расчетно-графическая работа	Выполняется вне аудитории, самостоятельно. 10 вариантов.	РГР выполнена не полностью, допущены грубые ошибки, большинство предусмотренных заданий не выполнены либо выполнены с грубыми ошибками	РГР выполнена большей частью, но допущены ошибки в расчетах и чертежах (графиках); необходимые умения и практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки; оформление РГР с нарушением установленных требований	РГР в целом выполнена, но допущены неточности в расчетах и чертежах (графиках), теоретическое содержание освоено; необходимые умения и практические навыки работы в основном сформированы, все предусмотренные задания выполнены с отдельными неточностями, оформление РГР согласно установленным требованиям.	РГР выполнена в полном объеме; без ошибок в расчетах и чертежах (графиках), теоретическое содержание освоено полностью, без пробелов, системно и глубоко; необходимые умения и практические навыки сформированы, все задания выполнены безупречно, оформление РГР согласно установленным требованиям.

7	УК-1.3.1,У К-1.В.1	5.5.1,5.2,5.3,5.4,5.5,5.6,5.7,5.8,5.9,6.1,6.2,6.3,6.4,6.5,6.6,6.7,6.8	Текущий контроль	Контрольная работа	Выполняется в течении 45 мин.	Работа не выполнена или сделана не по заданному варианту, объяснение хода ее решения дано неполное, непоследовательное, с грубыми ошибками, без теоретического обоснования.	Даны ответы на задания контрольной работы без обоснования шагов решения, с ошибками, слабым теоретическим обоснованием, со значительными затруднениями и ошибками.	Работа выполнена полностью, но обоснования шагов решения недостаточно логичное, с единичными ошибками в деталях, некоторыми затруднениями в теоретическом обосновании.	Работа выполнена полностью, ответ на вопрос задачи дан правильный, объяснение хода ее решения подробное, последовательное, грамотное, с теоретическими обоснованиями
8	УК-1.3.1,У К-1.У.1,УК- 1.В.1	5.5.1,5.2,5.3,5.4,5.5,5.6,5.7,5.8,5.9,6.1,6.2,6.3,6.4,6.5,6.6,6.7,6.8	Промежуточная аттестация	Итоговый тест	Итоговый тест. Длительность ответа 30-40 минут	0-49% правильных ответов	50-69% правильных ответов	70-89% правильных ответов	90-100% правильных ответов

9	УК-1.У.1, УК-1.В.1	5.5.1,5.2,5.3,5.4,5.5,5.6,5.7,5.8,5.9,,6.1,6.2,6.3,6.4,6.5,6.6,6.7,6.8	Промежуточная аттестация	Экзамен	Экзаменационный билет содержит 2 теоретических вопроса и 1 практический. Предоставлено 20 билетов.	Незнание или непонимание обучающимся основного материала; на большую часть вопросов по содержанию экзамена затрудняется дать ответ или не дает верных ответов	Знания имеют фрагментарный характер, отличаются поверхностностью и малой содержательностью; содержание билета раскрыто слабо, имеются неточности при ответе на основные вопросы билета; нарушена логика изложения, отсутствует осмысленность представляемого материала	Знания имеют достаточный содержательный уровень, однако отличаются слабой структурированностью; раскрыто содержание билета, имеются неточности при ответе на дополнительные вопросы; недостаточно раскрыта проблема по одному из вопросов билета	Знания отличаются глубиной и содержательностью, дается полный исчерпывающий ответ, как на основные вопросы билета, так и на дополнительные; обучающийся свободно владеет научными понятиями; логично и доказательно раскрывает проблему, предложенную в билете; обучающийся демонстрирует умение вести диалог и вступать в научную дискуссию
---	-----------------------	--	--------------------------	---------	--	---	--	--	--

7. Разработчики:

_____	_____	_____	_____
(ученая степень)	Доцент (занимаемая должность)	Кафедра математики (место работы)	Урсова Н. А. (ФИО)

Контрольная работа.

Теория вероятностей (раздел 1, темы 1.1-1.6; раздел 2, темы 2.1-2.4).

Контролируемые компетенции (код компетенции, наименование компетенции, ИДК, наименование ИДК).

ОПК-3. Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности.

ОПК-3.3.1 Основные понятия теории вероятностей, методы вычисления, основные свойства и признаки вероятностных характеристик для постановки и решения поставленных задач.

ОПК-3.У.1 Использовать полученные математические результаты при анализировании практических задач

.ОПК-3.В.1 Математическими навыками подготовки научных докладов, публикаций и подборки библиографии по научно исследовательской тематике.

Вариант 1.

1. Студент знает 10 из 12 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит: на 3 вопроса из предложенных четырёх; на первый, второй и третий вопрос; на первый и второй ответит, а на третий нет; только на один вопрос из предложенных трех; хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?
2. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность, что сумма выпавших очков не превысит 6 очков?
3. В ящике 15 деталей, из них 3 бракованные. Из ящика сразу вынимают 2 детали. Какова вероятность того, что обе будут годными.
4. Два стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность поражения мишени первым стрелком $p_1 = 0,6$, вторым $p_2 = 0,5$. При осмотре мишени оказалось, что в неё попала одна пуля. Найти вероятность того, что в цель попал первый стрелок?
5. Дан ряд распределения случайной величины X : $X=(1; 3; 5; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти: дифференциальную функцию $f(x)$; математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

Теория вероятностей(контрольная работа)

Вариант 1.

1. Студент знает 10 из 12 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:

- 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
- 2) на первый, второй и третий вопрос?
- 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
- 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
- 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?

2. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность, что сумма выпавших очков не превысит 6 очков?

3. В ящике 15 деталей, из них 3 бракованные. Из ящика сразу вынимают 2 детали. Какова вероятность того, что обе будут годными?

4. Два стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность поражения мишени первым стрелком $p_1 = 0,6$, вторым $p_2 = 0,5$. При осмотре мишени оказалось, что в неё попала одна пуля. Найти вероятность того, что в цель попал первый стрелок?

5. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .

$X = (1; 3; 5; 7)$, $P = (0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти:

- а) дифференциальную функцию $f(x)$;
- б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

Теория вероятностей(контрольная работа)

Вариант 2.

1. Студент знает 10 из 15 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:

- 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
- 2) на первый, второй и третий вопрос?
- 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
- 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
- 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?

2. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность, что сумма выпавших очков не превысит 7 очков?

3. В ящике 5 белых и 5 чёрных шаров. Из ящика вынимают 4шара. Какова вероятность, что среди них 3чёрных и 1белый шар?

4. Два студента решают задачу. Вероятность допустить ошибку в решении для первого студента равна 0,2, для второго 0,6. При проверке работ оказалось, что только один студент решил задачу правильно. Найти вероятность того, что ошибку допустил первый студент?

5. Дан ряд распределения случайной величины X. Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X.

$X=(1; 3; 5; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.

6. Случайная величина X задана интегральной функцией F(x). Требуется найти:

- а) дифференциальную функцию f(x);
- б) математическое ожидание M(x) и дисперсию D(x).

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^3}{8}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Теория вероятностей(контрольная работа)

Вариант 3.

1. Студент знает 9 из 12 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:

- 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
- 2) на первый, второй и третий вопрос?
- 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
- 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
- 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?

2. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность, что сумма выпавших очков не превысит 8 очков?

3. В ящике 18 деталей, из них 4 бракованные. Из ящика сразу вынимают 2 детали. Какова вероятность того, что обе будут годными?

4. Два стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность поражения мишени первым стрелком $p_1 = 0,6$, вторым $p_2 = 0,5$. При осмотре мишени оказалось, что в неё попала одна пуля. Найти вероятность того, что в цель попал первый стрелок?

5. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .

$X = (1; 2; 5; 8)$, $P = (0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти:

- а) дифференциальную функцию $f(x)$;
- б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^3}{27}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Теория вероятностей(контрольная работа)

Вариант 4.

1. Студент знает 11 из 14 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:

- 1) на 2 вопроса из предложенных четырёх?
- 2) на первый, второй и третий вопрос?
- 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
- 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
- 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?

2. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность, что сумма выпавших очков не превысит 5 очков?

3. В ящике 6 белых и 6 чёрных шаров. Из ящика вынимают 4шара. Какова вероятность, что среди них 4 чёрных и 1 белый шар?

4. Два студента решают задачу. Вероятность допустить ошибку в решении для первого студента равна 0,1, для второго 0,5. При проверке работ оказалось, что только один студент решил задачу правильно. Найти вероятность того, что ошибку допустил первый студент?

5. Дан ряд распределения случайной величины X. Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X.

$X=(4; 5; 6; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.

6. Случайная величина X задана интегральной функцией F(x). Требуется найти:

- а) дифференциальную функцию f(x);
- б) математическое ожидание M(x) и дисперсию D(x).

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{9}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Теория вероятностей(контрольная работа)

Вариант 5.

1. Студент знает 10 из 12 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:

- 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
- 2) на первый, второй и третий вопрос?
- 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
- 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
- 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?

2. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность, что сумма выпавших очков не превысит 6 очков?

3. В ящике 15 деталей, из них 3 бракованные. Из ящика сразу вынимают 2 детали. Какова вероятность того, что обе будут годными?

4. Два стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность поражения мишени первым стрелком $p_1 = 0,6$, вторым $p_2 = 0,5$. При осмотре мишени оказалось, что в неё попала одна пуля. Найти вероятность того, что в цель попал первый стрелок?

5. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .

$X=(1; 3; 5; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти:

- а) дифференциальную функцию $f(x)$;
- б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

Теория вероятностей(контрольная работа)

Вариант 6.

1. Студент знает 10 из 15 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:

- 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
- 2) на первый, второй и третий вопрос?
- 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
- 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
- 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?

2. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность, что сумма выпавших очков не превысит 7 очков?

3. В ящике 5 белых и 5 чёрных шаров. Из ящика вынимают 4шара. Какова вероятность, что среди них 3чёрных и 1белый шар?

4. Два студента решают задачу. Вероятность допустить ошибку в решении для первого студента равна 0,2, для второго 0,6. При проверке работ оказалось, что только один студент решил задачу правильно. Найти вероятность того, что ошибку допустил первый студент?

5. Дан ряд распределения случайной величины X. Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X.

$X=(1; 3; 5; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.

6. Случайная величина X задана интегральной функцией F(x). Требуется найти:

- а) дифференциальную функцию f(x);
- б) математическое ожидание M(x) и дисперсию D(x).

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^3}{8}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Теория вероятностей(контрольная работа)

Вариант 7.

1. Студент знает 9 из 12 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:

- 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
- 2) на первый, второй и третий вопрос?
- 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
- 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
- 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?

2. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность, что сумма выпавших очков не превысит 8 очков?

3. В ящике 18 деталей, из них 4 бракованные. Из ящика сразу вынимают 2 детали. Какова вероятность того, что обе будут годными?

4. Два стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность поражения мишени первым стрелком $p_1 = 0,6$, вторым $p_2 = 0,5$. При осмотре мишени оказалось, что в неё попала одна пуля. Найти вероятность того, что в цель попал первый стрелок?

5. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .

$X = (1; 2; 5; 8)$, $P = (0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти:

- а) дифференциальную функцию $f(x)$;
- б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^3}{27}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Теория вероятностей(контрольная работа)

Вариант 8.

1. Студент знает 11 из 14 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:

- 1) на 2 вопроса из предложенных четырёх?
- 2) на первый, второй и третий вопрос?
- 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
- 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
- 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?

2. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность, что сумма выпавших очков не превысит 5 очков?

3. В ящике 6 белых и 6 чёрных шаров. Из ящика вынимают 4шара. Какова вероятность, что среди них 4 чёрных и 1 белый шар?

4. Два студента решают задачу. Вероятность допустить ошибку в решении для первого студента равна 0,1, для второго 0,5. При проверке работ оказалось, что только один студент решил задачу правильно. Найти вероятность того, что ошибку допустил первый студент?

5. Дан ряд распределения случайной величины X. Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X.

$X=(4; 5; 6; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.

6. Случайная величина X задана интегральной функцией F(x). Требуется найти:

- а) дифференциальную функцию f(x);
- б) математическое ожидание M(x) и дисперсию D(x).

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{9}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Теория вероятностей(контрольная работа)

Вариант 9.

1. Студент знает 10 из 12 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:

- 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
- 2) на первый, второй и третий вопрос?
- 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
- 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
- 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?

2. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность, что сумма выпавших очков не превысит 6 очков?

3. В ящике 15 деталей, из них 3 бракованные. Из ящика сразу вынимают 2 детали. Какова вероятность того, что обе будут годными?

4. Два стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность поражения мишени первым стрелком $p_1 = 0,6$, вторым $p_2 = 0,5$. При осмотре мишени оказалось, что в неё попала одна пуля. Найти вероятность того, что в цель попал первый стрелок?

5. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .

$X=(1; 3; 5; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти:

- а) дифференциальную функцию $f(x)$;
- б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

Теория вероятностей(контрольная работа)

Вариант 10.

1. Студент знает 10 из 15 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:

- 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
- 2) на первый, второй и третий вопрос?
- 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
- 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
- 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?

2. Бросают два игральных кубика. Какова вероятность, что сумма выпавших очков не превысит 7 очков?

3. В ящике 5 белых и 5 чёрных шаров. Из ящика вынимают 4шара. Какова вероятность, что среди них 3чёрных и 1белый шар?

4. Два студента решают задачу. Вероятность допустить ошибку в решении для первого студента равна 0,2, для второго 0,6. При проверке работ оказалось, что только один студент решил задачу правильно. Найти вероятность того, что ошибку допустил первый студент?

5. Дан ряд распределения случайной величины X. Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X.

$X=(1; 3; 5; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.

6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти:

- а) дифференциальную функцию $f(x)$;
- б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^3}{8}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Контрольная работа.

Теория вероятностей (раздел 3, темы 3.1-3.3).

Контролируемые компетенции (код компетенции, наименование компетенции, ИДК, наименование ИДК).

ОПК-3. Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности.

ОПК-3.3.2 Вероятностные методы анализа и законы распределения для формирования более точного прогнозирования исследуемых процессов.

ОПК-3.У.2 Применять вероятностные законы и статистические прогнозы при непосредственных расчетах производственных задач.

ОПК-3.В.2 Статистическими приемами при прогнозировании результатов научных экспериментов и обработке полученных данных.

1. Плотность вероятностей нормально распределенной или гауссовой случайной величины имеет

вид $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-a)^2}{2D}}$, где D – дисперсия случайной величины, a – математическое ожидание. Найти вероятность попадания случайной величины X в заданный интервал (α, β) .

№ варианта	α	β	a	σ
1	3	6	4	3
2	5	8	6	4
3	2	5	2	2
4	1	4	7	7
5	6	9	4	8
6	3	5	5	3
7	7	9	8	6
8	1	5	2	2
9	4	7	4	8
10	2	4	7	9

2. Задана плотность вероятностей показательного (экспоненциального) закона распределения

случайной величины X $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ \gamma e^{-\gamma x} & \text{при } x > 0. \end{cases}$

Найти вероятность попадания случайной величины X в заданный интервал (α, β) .

№ варианта	α	β	γ
1	2	4	8
2	4	8	9
3	3	6	4
4	5	8	5
5	6	9	2
6	7	9	8
7	2	5	8
8	1	4	4
9	6	9	8
10	8	9	8

Теория вероятностей и математическая статистика.

Расчетно - графическая работа. Раздел 4. Темы 4.1 – 4.6.

Контролируемые компетенции (код компетенции, наименование компетенции, ИДК, наименование ИДК).

ОПК-3. Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности.

ОПК-3.3.2 Вероятностные методы анализа и законы распределения для формирования более точного прогнозирования исследуемых процессов.

ОПК-3.У.2 Применять вероятностные законы и статистические прогнозы при непосредственных расчетах производственных задач.

.ОПК-3.В.2 Статистическими приемами при прогнозировании результатов научных экспериментов и обработке полученных данных.

Расчетно –графическая работа по математической статистике (2).

Вариант1.

Статистические оценки параметров распределения.

Точечные оценки.

Статистической оценкой θ^* неизвестного параметра θ теоретического распределения называют функцию $f(X_1, \dots, X_n)$ от наблюдаемых случайных величин $X_1, \dots, X_n$.

Точечной называют статистическую оценку, которая определяется одним числом $\theta^* = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – результаты n наблюдений над количественным признаком X (выборка).

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Смещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Несмещенной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \sum_{i=1}^n n_i x_i / n,$$

где x_i – варианты выборки, n_i – частота варианты x_i , n – объем выборки.

Замечание 1. Если первоначальные варианты x_i – большие числа, то для упрощения расчета целесообразно вычесть из каждой варианты одно и тоже число C , т.е. перейти к условным вариантам

$u_i = x_i - C$, (в качестве C выгодно принять число, близкое к выборочной средней). Тогда

$$\bar{x}_n = C + \left(\sum n_i u_i \right) / n.$$

Смещенной оценкой генеральной дисперсии служит выборочная дисперсия

$$D_n = \left(\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x}_n)^2 \right) \frac{1}{n};$$

Эта оценка является смещенной, так как

$$M(D_n) = \frac{n-1}{n} D_n.$$

Более удобная формула

$$D_n = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum n_i x_i}{n} \right)^2.$$

Несмещенной оценкой генеральной дисперсии служит исправленная выборочная дисперсия

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_n = \frac{\sum n_i (x_j - \bar{x}_n)^2}{n-1}.$$

Более удобная формула

$$s_x^2 = \frac{\sum n_i x_i^2 - \left(\sum n_i x_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

В условных вариантах она имеет вид

$$s_u^2 = \frac{\sum n_i u_i^2 - (\sum n_i u_i)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

Пример 1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:

варианта x_i	3	6	8	10
частота n_i	14	12	10	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Решение. Несмещенной оценкой генеральной средней является выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \frac{\sum n_i x_i}{n} = (16 \cdot 2 + 12 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 14 \cdot 10) \cdot \frac{1}{50} = 5,76.$$

Пример 2. В итоге пяти измерений получены следующие результаты: 92; 94; 103; 105; 106.

Найти: а) выборочную среднюю; б) выборочную исправленную дисперсии ошибок измерения.

Решение. а) Найдем выборочную среднюю:

$$\bar{x}_n = \frac{92 + 94 + 103 + 105 + 106}{5} = 100.$$

б) Найдем выборочную дисперсию:

$$D_n = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2}{n} = \frac{(92-100)^2 + (94-100)^2 + \dots + (106-100)^2}{5} = 34.$$

Найдем исправленную дисперсию:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_n = \frac{5}{4} \cdot 34 = 42,5.$$

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=60$:

варианта x_i	1	3	6	26
частота n_i	8	40	10	2

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	1250	1270	1280
частота n_i	2	5	3

3. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	2560	22600	2620	2650	2700
частота n_i	2	3	10	4	1

4. По выборке объема $n=51$ найдена смещенная оценка $D_n = 5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку генеральной совокупности.

5. В итоге четырех измерений некоторой физической величины Получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок измерения.
6. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=100$:

x_i	1250	1275	1280	1300
n_i	20	25	50	5

6. Интервальные оценки. Проверка статистических гипотез.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами - концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Доверительным называют интервал, который с заданной надежностью γ покрывает заданный параметр.

Надежностью оценки называют вероятность γ , при которой выполнение неравенства $|a - \bar{x}| < \delta$ справедливо, т.е. выполняется равенство $P(|a - \bar{x}| < \delta) = \gamma$.

В качестве γ берут число, близкое к единице (0,95; 0,99; 0,999).

Событие $|a - \bar{x}| < \delta$, эквивалентно событию $\bar{x} - \delta < a < \bar{x} + \delta$, состоящем в том, что интервал со случайными границами $(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta)$ накрывает число a .

Для математического ожидания a нормально распределенной случайной величины доверительный интервал имеет вид

$$\left(\bar{x} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \right),$$

где t - такое значение аргумента функции Лапласа, при которой $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Пример. Найти с надежностью $\gamma = 0,9$ доверительный интервал нормально распределенной случайной величины с $\sigma = \sqrt{3}$, если по результатам 48 измерений получена оценка $\bar{x} = 25,31$.
Решение.

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45$$

По таблице значений функции Лапласа находим, что значение 0,45 она принимает при $t \approx 1,64$. Следовательно, при $n=48$, имеем

$$\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,64 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \frac{1,64}{4} = 0,41.$$

В результате получаем доверительный интервал $(25,31-0,41; 25,31+0,41)$.

Итак, с надежностью $\gamma = 0,9$ интервал $(24,90; 25,72)$ содержит неизвестное математическое ожидание.

7. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью γ неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны генеральное среднее квадратическое отклонение σ , выборочная средняя $\bar{x}_n$ и объем выборки n .

№ задания	σ	$\bar{x}_e$	n	γ
1	4	10,2	10	0,95
2	5	16,8	15	0,99
3	6	12,4	20	0,9
4	3	14,1	25	0,95
5	2	15,6	30	0,99

8. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,99 точность оценки математического ожидания μ генеральной совокупности по выборочной средней равна $\delta = 0,3$ если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормально распределенной генеральной совокупности.

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

варианта x_i	-2	2	2	3	4	5
частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание μ нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

10. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Эмп. частота	6	13	38	74	106	85	30
Теор. частота	3	14	42	82	99	76	37

Расчетно –графическая работа по математической статистике (2).

Вариант 2.

Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки.

Статистической оценкой θ^* неизвестного параметра θ теоретического распределения называют функцию $f(X_1, \dots, X_n)$ от наблюдаемых случайных величин $X_1, \dots, X_n$.

Точечной называют статистическую оценку, которая определяется одним числом $\theta^* = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – результаты n наблюдений над количественным признаком X (выборка).

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Смещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Несмещенной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \sum_{i=1}^n n_i x_i / n,$$

где x_i – варианты выборки, n_i – частота варианты x_i , n – объем выборки.

Замечание 1. Если первоначальные варианты x_i – большие числа, то для упрощения расчета целесообразно вычесть из каждой варианты одно и тоже число C , т.е. перейти к условным вариантам

$u_i = x_i - C$, (в качестве C выгодно принять число, близкое к выборочной средней). Тогда

$$\bar{x}_n = C + \left(\sum n_i u_i \right) / n.$$

Смещенной оценкой генеральной дисперсии служит выборочная дисперсия

$$D_n = \left(\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x}_n)^2 \right) \frac{1}{n};$$

Эта оценка является смещенной, так как

$$M(D_n) = \frac{n-1}{n} D_n.$$

Более удобная формула

$$D_n = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum n_i x_i}{n} \right)^2.$$

Несмещенной оценкой генеральной дисперсии служит исправленная выборочная дисперсия

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_n = \frac{\sum n_i (x_j - \bar{x}_n)^2}{n-1}.$$

Более удобная формула

$$s_x^2 = \frac{\sum n_i x_i^2 - \left(\sum n_i x_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

В условных вариантах она имеет вид

$$s_u^2 = \frac{\sum n_i u_i^2 - \left(\sum n_i u_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

Пример 1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:

варианта x_i	3	6	8	10
частота n_i	14	12	10	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Решение. Несмещенной оценкой генеральной средней является выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \frac{\sum n_i x_i}{n} = (16 \cdot 2 + 12 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 14 \cdot 10) \cdot \frac{1}{50} = 5,76.$$

Пример 2. В итоге пяти измерений получены следующие результаты: 92; 94; 103; 105; 106. Найти: а) выборочную среднюю; б) выборочную исправленную дисперсии ошибок измерения. Решение. а) Найдем выборочную среднюю:

$$\bar{x}_n = \frac{92 + 94 + 103 + 105 + 106}{5} = 100.$$

б) Найдем выборочную дисперсию:

$$D_n = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2}{n} = \frac{(92-100)^2 + (94-100)^2 + \dots + (106-100)^2}{5} = 34.$$

Найдем исправленную дисперсию:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_n = \frac{5}{4} \cdot 34 = 42,5.$$

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=60$:

варианта x_i	2	4	6	28
частота n_i	5	30	10	4

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	1150	1130	1480
частота n_i	2	5	3

3. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	2560	22600	2620	2650	2700
частота n_i	1	5	11	4	1

4. По выборке объема $n=54$ найдена смещенная оценка $D_n = 5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку генеральной совокупности.

5. В итоге четырех измерений некоторой физической величины

Получены следующие результаты: 4; 9; 10; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок измерения.

6. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=100$:

x_i	1250	1275	1280	1300
n_i	25	30	40	15

6. Интервальные оценки. Проверка статистических гипотез.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами - концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Доверительным называют интервал, который с заданной надежностью γ покрывает заданный параметр.

Надежностью оценки называют вероятность γ , при которой выполнение неравенства $|a - \bar{x}| < \delta$ справедливо, т.е. выполняется равенство $P(|a - \bar{x}| < \delta) = \gamma$.

В качестве γ берут число, близкое к единице (0,95; 0,99; 0,999).

Событие $|a - \bar{x}| < \delta$, эквивалентно событию $\bar{x} - \delta < a < \bar{x} + \delta$, состоящем в том, что интервал со случайными границами $(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta)$ накрывает число a .

Для математического ожидания a нормально распределенной случайной величины доверительный интервал имеет вид

$$\left(\bar{x} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \right),$$

где t – такое значение аргумента функции Лапласа, при которой $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Пример. Найти с надежностью $\gamma = 0,9$ доверительный интервал нормально распределенной случайной величины с $\sigma = \sqrt{3}$, если по результатам 48 измерений получена оценка $\bar{x} = 25,31$.
Решение.

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45$$

По таблице значений функции Лапласа находим, что значение 0,45 она принимает при $t \approx 1,64$. Следовательно, при $n=48$, имеем

$$\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,64 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \frac{1,64}{4} = 0,41.$$

В результате получаем доверительный интервал $(25,31-0,41; 25,31+0,41)$.

Итак, с надежностью $\gamma = 0,9$ интервал $(24,90; 25,72)$ содержит неизвестное математическое ожидание.

7. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью γ неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны генеральное среднее квадратическое отклонение σ , выборочная средняя $\bar{x}_g$ и объем выборки n .

№ задания	σ	$\bar{x}_g$	n	γ
1	6	10,2	10	0,95
2	7	16,8	15	0,99
3	8	12,4	20	0,9
4	9	14,1	25	0,95
5	10	15,6	30	0,99

8. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,99 точность оценки математического ожидания μ генеральной совокупности по выборочной средней равна $\delta = 0,3$ если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормально распределенной генеральной совокупности.

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

варианта x_i	-1	2	4	6	8	9
частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание μ нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

10. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Эмп. частота	7	14	39	75	107	86	31
Теор. частота	3	14	42	82	99	76	37

Расчетно –графическая работа по математической статистике (2).

Вариант 3.

Статистические оценки параметров распределения.

Точечные оценки.

Статистической оценкой θ^* неизвестного параметра θ теоретического распределения называют функцию $f(X_1, \dots, X_n)$ от наблюдаемых случайных величин $X_1, \dots, X_n$.

Точечной называют статистическую оценку, которая определяется одним числом $\theta^* = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – результаты n наблюдений над количественным признаком X (выборка).

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Смещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Несмещенной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \sum_{i=1}^n n_i x_i / n,$$

где x_i – варианты выборки, n_i – частота варианты x_i , n – объем выборки.

Замечание 1. Если первоначальные варианты x_i – большие числа, то для упрощения расчета целесообразно вычесть из каждой варианты одно и тоже число C , т.е. перейти к условным вариантам

$u_i = x_i - C$, (в качестве C выгодно принять число, близкое к выборочной средней). Тогда

$$\bar{x}_n = C + \left(\sum n_i u_i \right) / n.$$

Смещенной оценкой генеральной дисперсии служит выборочная дисперсия

$$D_n = \left(\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x}_n)^2 \right) \frac{1}{n};$$

Эта оценка является смещенной, так как

$$M(D_n) = \frac{n-1}{n} D_n.$$

Более удобная формула

$$D_n = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum n_i x_i}{n} \right)^2.$$

Несмещенной оценкой генеральной дисперсии служит исправленная выборочная дисперсия

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_n = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x}_n)^2}{n-1}.$$

Более удобная формула

$$s_x^2 = \frac{\sum n_i x_i^2 - \left(\sum n_i x_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

В условных вариантах она имеет вид

$$s_u^2 = \frac{\sum n_i u_i^2 - \left(\sum n_i u_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

Пример 1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:

варианта x_i	2	5	7	10
частота n_i	16	12	8	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Решение. Несмещенной оценкой генеральной средней является выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \frac{\sum n_i x_i}{n} = (16 \cdot 2 + 12 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 14 \cdot 10) \cdot \frac{1}{50} = 5,76.$$

Пример 2. В итоге пяти измерений получены следующие результаты: 92; 94; 103; 105; 106.

Найти: а) выборочную среднюю; б) выборочную исправленную дисперсии ошибок измерения.

Решение. а) Найдем выборочную среднюю:

$$\bar{x}_n = \frac{92 + 94 + 103 + 105 + 106}{5} = 100.$$

б) Найдем выборочную дисперсию:

$$D_n = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x}_n)^2}{n} = \frac{(92-100)^2 + (94-100)^2 + \dots + (106-100)^2}{5} = 34.$$

Найдем исправленную дисперсию:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_n = \frac{5}{4} \cdot 34 = 42,5.$$

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=60$:

варианта x_i	1	3	6	26
частота n_i	9	30	20	12

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	1250	1270	1280
частота n_i	3	4	2

3. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	2560	22600	2620	2650	2700
частота n_i	1	4	10	5	2

4. По выборке объема $n=51$ найдена смещенная оценка $D_n = 5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку генеральной совокупности.

5. В итоге четырех измерений некоторой физической величины

Получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок измерения.

6. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=100$:

x_i	1250	1275	1280	1300
n_i	10	15	30	25

6. Интервальные оценки. Проверка статистических гипотез.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами - концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Доверительным называют интервал, который с заданной надежностью γ покрывает заданный параметр.

Надежностью оценки называют вероятность γ , при которой выполнение неравенства $|a - \bar{x}| < \delta$ справедливо, т.е. выполняется равенство $P(|a - \bar{x}| < \delta) = \gamma$.

В качестве γ берут число, близкое к единице (0,95; 0,99; 0,999).

Событие $|a - \bar{x}| < \delta$, эквивалентно событию $\bar{x} - \delta < a < \bar{x} + \delta$, состоящем в том, что интервал со случайными границами $(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta)$ накрывает число a .

Для математического ожидания a нормально распределенной случайной величины доверительный интервал имеет вид

$$\left(\chi - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}; \chi + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \right),$$

где t - такое значение аргумента функции Лапласа, при которой $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Пример. Найти с надежностью $\gamma = 0,9$ доверительный интервал нормально распределенной случайной величины с $\sigma = \sqrt{3}$, если по результатам 48 измерений получена оценка $\chi = 25,31$.

Решение.

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45$$

По таблице значений функции Лапласа находим, что значение 0,45 она принимает при $t \approx 1,64$. Следовательно, при $n=48$, имеем

$$\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,64 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \frac{1,64}{4} = 0,41.$$

В результате получаем доверительный интервал $(25,31-0,41; 25,31+0,41)$.

Итак, с надежностью $\gamma = 0,9$ интервал $(24,90; 25,72)$ содержит неизвестное математическое ожидание.

7. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью γ неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны генеральное среднее квадратическое отклонение σ , выборочная средняя $\bar{x}_e$ и объем выборки n .

№ задания	σ	$\bar{x}_e$	n	γ
1	3	10,2	10	0,95
2	5	16,8	15	0,99
3	7	12,4	20	0,9
4	9	14,1	25	0,95
5	1	15,6	30	0,99

8. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,99 точность оценки математического ожидания a генеральной совокупности по выборочной средней равна $\delta = 0,3$ если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормально распределенной генеральной совокупности.

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

варианта	-5	1	2	3	4	5
x_i						
частота	4	3	2	5	2	1
n_i						

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание a нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

10. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Эмп. частота	7	14	39	78	108	89	40
Теор. частота	4	24	42	82	89	76	37

Расчетно –графическая работа по математической статистике (2).

Вариант 4.

Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки.

Статистической оценкой θ^* неизвестного параметра θ теоретического распределения называют функцию $f(X_1, \dots, X_n)$ от наблюдаемых случайных величин $X_1, \dots, X_n$.

Точечной называют статистическую оценку, которая определяется одним числом $\theta^* = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – результаты n наблюдений над количественным признаком X (выборка).

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Смещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Несмещенной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \sum_{i=1}^n n_i x_i / n,$$

где x_i – варианты выборки, n_i – частота варианты x_i , n – объем выборки.

Замечание 1. Если первоначальные варианты x_i – большие числа, то для упрощения расчета целесообразно вычесть из каждой варианты одно и тоже число C , т.е. перейти к условным вариантам

$u_i = x_i - C$, (в качестве C выгодно принять число, близкое к выборочной средней). Тогда

$$\bar{x}_n = C + \left(\sum n_i u_i \right) / n.$$

Смещенной оценкой генеральной дисперсии служит выборочная дисперсия

$$D_n = \left(\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x}_n)^2 \right) \frac{1}{n};$$

Эта оценка является смещенной, так как

$$M(D_n) = \frac{n-1}{n} D_n.$$

Более удобная формула

$$D_n = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum n_i x_i}{n} \right)^2.$$

Несмещенной оценкой генеральной дисперсии служит исправленная выборочная дисперсия

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_n = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x}_n)^2}{n-1}.$$

Более удобная формула

$$s_x^2 = \frac{\sum n_i x_i^2 - \left(\sum n_i x_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

В условных вариантах она имеет вид

$$s_u^2 = \frac{\sum n_i u_i^2 - \left(\sum n_i u_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

Пример 1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:

варианта x_i	2	5	7	10
частота n_i	16	12	8	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Решение. Несмещенной оценкой генеральной средней является выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \frac{\sum n_i x_i}{n} = (16 \cdot 2 + 12 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 14 \cdot 10) \cdot \frac{1}{50} = 5,76.$$

Пример 2. В итоге пяти измерений получены следующие результаты: 92; 94; 103; 105; 106.

Найти: а) выборочную среднюю; б) выборочную исправленную дисперсии ошибок измерения.

Решение. а) Найдем выборочную среднюю:

$$\bar{x}_n = \frac{92 + 94 + 103 + 105 + 106}{5} = 100.$$

б) Найдем выборочную дисперсию:

$$D_n = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2}{n} = \frac{(92-100)^2 + (94-100)^2 + \dots + (106-100)^2}{5} = 34.$$

Найдем исправленную дисперсию:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_n = \frac{5}{4} \cdot 34 = 42,5.$$

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=60$:

варианта x_i	4	7	9	36
частота n_i	8	40	10	2

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	1350	1370	1380
частота n_i	2	5	3

3. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	1560	1260	1620	1650	1700
частота n_i	2	3	10	4	1

4. По выборке объема $n=51$ найдена смещенная оценка $D_n = 5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку генеральной совокупности.

5. В итоге четырех измерений некоторой физической величины

Получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок измерения.

6. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=100$:

x_i	1250	1275	1280	1300
n_i	10	25	40	5

6. Интервальные оценки. Проверка статистических гипотез.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами - концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Доверительным называют интервал, который с заданной надежностью γ покрывает заданный параметр.

Надежностью оценки называют вероятность γ , при которой выполнение неравенства $|a - \bar{x}| < \delta$ справедливо, т.е. выполняется равенство $P(|a - \bar{x}| < \delta) = \gamma$.

В качестве γ берут число, близкое к единице (0,95; 0,99; 0,999).

Событие $|a - \bar{x}| < \delta$, эквивалентно событию $\bar{x} - \delta < a < \bar{x} + \delta$, состоящем в том, что интервал со случайными границами $(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta)$ накрывает число a .

Для математического ожидания a нормально распределенной случайной величины доверительный интервал имеет вид

$$\left(\bar{x} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \right),$$

где t - такое значение аргумента функции Лапласа, при которой $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Пример. Найти с надежностью $\gamma = 0,9$ доверительный интервал нормально распределенной случайной величины с $\sigma = \sqrt{3}$, если по результатам 48 измерений получена оценка $\bar{x} = 25,31$.
Решение.

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45$$

По таблице значений функции Лапласа находим, что значение 0,45 она принимает при $t \approx 1,64$. Следовательно, при $n=48$, имеем

$$\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,64 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \frac{1,64}{4} = 0,41.$$

В результате получаем доверительный интервал $(25,31-0,41; 25,31+0,41)$.

Итак, с надежностью $\gamma = 0,9$ интервал $(24,90; 25,72)$ содержит неизвестное математическое ожидание.

7. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью γ неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны генеральное среднее квадратическое отклонение σ , выборочная средняя $\bar{x}_e$ и объем выборки n .

№ задания	σ	$\bar{x}_e$	n	γ
1	2	10,2	10	0,95
2	4	16,8	15	0,99
3	8	12,4	20	0,9
4	9	14,1	25	0,95
5	3	15,6	30	0,99

8. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,99 точность оценки математического ожидания a генеральной совокупности по выборочной средней равна $\delta = 0,3$ если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормально распределенной генеральной совокупности.

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

варианта	-7	5	8	3	4	2
x_i						
частота	2	1	2	2	4	5
n_i						

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание a нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

10. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Эмп. частота	2	11	28	64	103	75	40
Теор. частота	3	14	42	82	99	76	37

Расчетно –графическая работа по математической статистике (2).

Вариант 5.

Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки.

Статистической оценкой θ^* неизвестного параметра θ теоретического распределения называют функцию $f(X_1, \dots, X_n)$ от наблюдаемых случайных величин $X_1, \dots, X_n$.

Точечной называют статистическую оценку, которая определяется одним числом $\theta^* = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – результаты n наблюдений над количественным признаком X (выборка).

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Смещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Несмещенной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \sum_{i=1}^n n_i x_i / n,$$

где x_i – варианты выборки, n_i – частота варианты x_i , n – объем выборки.

Замечание 1. Если первоначальные варианты x_i – большие числа, то для упрощения расчета целесообразно вычесть из каждой варианты одно и тоже число C , т.е. перейти к условным вариантам

$u_i = x_i - C$, (в качестве C выгодно принять число, близкое к выборочной средней). Тогда

$$\bar{x}_n = C + \left(\sum n_i u_i \right) / n.$$

Смещенной оценкой генеральной дисперсии служит выборочная дисперсия

$$D_n = \left(\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x}_n)^2 \right) \frac{1}{n};$$

Эта оценка является смещенной, так как

$$M(D_n) = \frac{n-1}{n} D_n.$$

Более удобная формула

$$D_n = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum n_i x_i}{n} \right)^2.$$

Несмещенной оценкой генеральной дисперсии служит исправленная выборочная дисперсия

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_n = \frac{\sum n_i (x_j - \bar{x}_n)^2}{n-1}.$$

Более удобная формула

$$s_x^2 = \frac{\sum n_i x_i^2 - \left(\sum n_i x_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

В условных вариантах она имеет вид

$$s_u^2 = \frac{\sum n_i u_i^2 - \left(\sum n_i u_i\right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

Пример 1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:

варианта x_i	2	5	7	10
частота n_i	16	12	8	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Решение. Несмещенной оценкой генеральной средней является выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \frac{\sum n_i x_i}{n} = (16 \cdot 2 + 12 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 14 \cdot 10) \cdot \frac{1}{50} = 5,76.$$

Пример 2. В итоге пяти измерений получены следующие результаты: 92; 94; 103; 105; 106.

Найти: а) выборочную среднюю; б) выборочную исправленную дисперсии ошибок измерения.

Решение. а) Найдем выборочную среднюю:

$$\bar{x}_n = \frac{92 + 94 + 103 + 105 + 106}{5} = 100.$$

б) Найдем выборочную дисперсию:

$$D_n = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2}{n} = \frac{(92-100)^2 + (94-100)^2 + \dots + (106-100)^2}{5} = 34.$$

Найдем исправленную дисперсию:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_n = \frac{5}{4} \cdot 34 = 42,5.$$

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=60$:

варианта x_i	1	3	6	26
частота n_i	8	40	10	2

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	1250	1270	1280
частота n_i	2	5	3

3. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	2560	22600	2620	2650	2700
частота n_i	2	3	10	4	1

4. По выборке объема $n=51$ найдена смещенная оценка $D_n = 5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку генеральной совокупности.
5. В итоге четырех измерений некоторой физической величины Получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок измерения.
6. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=100$:

x_i	1250	1275	1280	1300
n_i	20	25	50	5

6. Интервальные оценки. Проверка статистических гипотез.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами - концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Доверительным называют интервал, который с заданной надежностью γ покрывает заданный параметр.

Надежностью оценки называют вероятность γ , при которой выполнение неравенства $|a - \bar{x}| < \delta$ справедливо, т.е. выполняется равенство $P(|a - \bar{x}| < \delta) = \gamma$.

В качестве γ берут число, близкое к единице (0,95; 0,99; 0,999).

Событие $|a - \bar{x}| < \delta$, эквивалентно событию $\bar{x} - \delta < a < \bar{x} + \delta$, состоящем в том, что интервал со случайными границами $(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta)$ накрывает число a .

Для математического ожидания a нормально распределенной случайной величины доверительный интервал имеет вид

$$\left(\bar{x} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \right),$$

где t - такое значение аргумента функции Лапласа, при которой $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Пример. Найти с надежностью $\gamma = 0,9$ доверительный интервал нормально распределенной случайной величины с $\sigma = \sqrt{3}$, если по результатам 48 измерений получена оценка $\bar{x} = 25,31$.
Решение.

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45$$

По таблице значений функции Лапласа находим, что значение 0,45 она принимает при $t \approx 1,64$. Следовательно, при $n=48$, имеем

$$\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,64 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \frac{1,64}{4} = 0,41.$$

В результате получаем доверительный интервал $(25,31-0,41; 25,31+0,41)$.

Итак, с надежностью $\gamma = 0,9$ интервал $(24,90; 25,72)$ содержит неизвестное математическое ожидание.

7. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью γ

неизвестного математического ожидания μ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны генеральное среднее квадратическое отклонение σ , выборочная средняя $\bar{x}_g$ и объем выборки n .

№ задания	σ	$\bar{x}_g$	n	γ
1	4	10,2	10	0,95
2	5	16,8	15	0,99
3	6	12,4	20	0,9
4	3	14,1	25	0,95
5	2	15,6	30	0,99

8. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,99 точность оценки математического ожидания μ генеральной совокупности по выборочной средней равна $\delta = 0,3$ если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормально распределенной генеральной совокупности.

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

варианта x_i	-2	2	2	3	4	5
частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание μ нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

10. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Эмп. частота	6	13	38	74	106	85	30
Теор. частота	3	14	42	82	99	76	37

Расчетно –графическая работа по математической статистике (2).

Вариант 6.

Статистические оценки параметров распределения.
Точечные оценки.

Статистической оценкой θ^* неизвестного параметра θ теоретического распределения называют функцию $f(X_1, \dots, X_n)$ от наблюдаемых случайных величин $X_1, \dots, X_n$.

Точечной называют статистическую оценку, которая определяется одним числом $\theta^* = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – результаты n наблюдений над количественным признаком X (выборка).

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Смещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Несмещенной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \sum_{i=1}^n n_i x_i / n,$$

где x_i – варианты выборки, n_i – частота варианты x_i , n – объем выборки.

Замечание 1. Если первоначальные варианты x_i – большие числа, то для упрощения расчета целесообразно вычесть из каждой варианты одно и тоже число C , т.е. перейти к условным вариантам

$u_i = x_i - C$, (в качестве C выгодно принять число, близкое к выборочной средней). Тогда

$$\bar{x}_n = C + \left(\sum n_i u_i \right) / n.$$

Смещенной оценкой генеральной дисперсии служит выборочная дисперсия

$$D_n = \left(\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x}_n)^2 \right) \frac{1}{n};$$

Эта оценка является смещенной, так как

$$M(D_n) = \frac{n-1}{n} D_n.$$

Более удобная формула

$$D_n = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum n_i x_i}{n} \right)^2.$$

Несмещенной оценкой генеральной дисперсии служит исправленная выборочная дисперсия

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_n = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x}_n)^2}{n-1}.$$

Более удобная формула

$$s_x^2 = \frac{\sum n_i x_i^2 - \left(\sum n_i x_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

В условных вариантах она имеет вид

$$s_u^2 = \frac{\sum n_i u_i^2 - \left(\sum n_i u_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

Пример 1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:

варианта x_i	2	5	7	10
частота n_i	16	12	8	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Решение. Несмещенной оценкой генеральной средней является выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \frac{\sum n_i x_i}{n} = (16 \cdot 2 + 12 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 14 \cdot 10) \cdot \frac{1}{50} = 5,76.$$

Пример 2. В итоге пяти измерений получены следующие результаты: 92; 94; 103; 105; 106.

Найти: а) выборочную среднюю; б) выборочную исправленную дисперсии ошибок измерения.

Решение. а) Найдем выборочную среднюю:

$$\bar{x}_n = \frac{92 + 94 + 103 + 105 + 106}{5} = 100.$$

б) Найдем выборочную дисперсию:

$$D_n = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2}{n} = \frac{(92-100)^2 + (94-100)^2 + \dots + (106-100)^2}{5} = 34.$$

Найдем исправленную дисперсию:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_n = \frac{5}{4} \cdot 34 = 42,5.$$

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=60$:

варианта x_i	4	5	6	26
частота n_i	8	40	10	2

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	250	270	280
частота n_i	2	5	3

3. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	560	260	620	650	700
частота n_i	2	3	10	4	1

4. По выборке объема $n=51$ найдена смещенная оценка $D_n = 5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку генеральной совокупности.

5. В итоге четырех измерений некоторой физической величины

Получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок измерения.

6. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=100$:

x_i	250	275	280	300
n_i	20	25	50	5

6. Интервальные оценки. Проверка статистических гипотез.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами - концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Доверительным называют интервал, который с заданной надежностью γ покрывает заданный параметр.

Надежностью оценки называют вероятность γ , при которой выполнение неравенства $|a - \bar{x}| < \delta$ справедливо, т.е. выполняется равенство $P(|a - \bar{x}| < \delta) = \gamma$.

В качестве γ берут число, близкое к единице (0,95; 0,99; 0,999).

Событие $|a - \bar{x}| < \delta$, эквивалентно событию $\bar{x} - \delta < a < \bar{x} + \delta$, состоящем в том, что интервал со случайными границами $(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta)$ накрывает число a .

Для математического ожидания a нормально распределенной случайной величины доверительный интервал имеет вид

$$\left(\bar{x} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \right),$$

где t - такое значение аргумента функции Лапласа, при которой $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Пример. Найти с надежностью $\gamma = 0,9$ доверительный интервал нормально распределенной случайной величины с $\sigma = \sqrt{3}$, если по результатам 48 измерений получена оценка $\bar{x} = 25,31$.
Решение.

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45$$

По таблице значений функции Лапласа находим, что значение 0,45 она принимает при $t \approx 1,64$. Следовательно, при $n=48$, имеем

$$\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,64 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \frac{1,64}{4} = 0,41.$$

В результате получаем доверительный интервал $(25,31-0,41; 25,31+0,41)$.

Итак, с надежностью $\gamma = 0,9$ интервал $(24,90; 25,72)$ содержит неизвестное математическое ожидание.

7. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью γ неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны генеральное среднее квадратическое отклонение σ , выборочная средняя $\bar{x}_e$ и объем выборки n .

№ задания	σ	$\bar{x}_e$	n	γ
1	3	10,2	10	0,95
2	5	16,8	15	0,99
3	8	12,4	20	0,9

4	3	14,1	25	0,95
5	2	15,6	30	0,99

8. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,99 точность оценки математического ожидания α генеральной совокупности по выборочной средней равна $\delta = 0,3$ если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормально распределенной генеральной совокупности.

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

варианта x_i	-8	12	22	23	14	15
частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание α нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

10. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Эмп. частота	1	3	8	4	6	5	10
Теор. частота	3	14	42	82	99	76	37

Расчетно –графическая работа по математической статистике (2).

Вариант 7.

Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки.

Статистической оценкой θ^* неизвестного параметра θ теоретического распределения называют функцию $f(X_1, \dots, X_n)$ от наблюдаемых случайных величин $X_1, \dots, X_n$.

Точечной называют статистическую оценку, которая определяется одним числом $\theta^* = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – результаты n наблюдений над количественным признаком X (выборка).

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Смещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Несмещенной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \sum_{i=1}^n n_i x_i / n,$$

где x_i – варианты выборки, n_i – частота варианты x_i , n – объем выборки.

Замечание 1. Если первоначальные варианты x_i – большие числа, то для упрощения расчета целесообразно вычесть из каждой варианты одно и тоже число C , т.е. перейти к условным вариантам

$u_i = x_i - C$, (в качестве C выгодно принять число, близкое к выборочной средней). Тогда

$$\bar{x}_n = C + (\sum n_i u_i) / n.$$

Смещенной оценкой генеральной дисперсии служит выборочная дисперсия

$$D_n = \left(\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x}_n)^2 \right) \frac{1}{n};$$

Эта оценка является смещенной, так как

$$M(D_n) = \frac{n-1}{n} D_n.$$

Более удобная формула

$$D_n = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum n_i x_i}{n} \right)^2.$$

Несмещенной оценкой генеральной дисперсии служит исправленная выборочная дисперсия

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_n = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x}_n)^2}{n-1}.$$

Более удобная формула

$$s_x^2 = \frac{\sum n_i x_i^2 - (\sum n_i x_i)^2}{n-1} \frac{1}{n}.$$

В условных вариантах она имеет вид

$$s_u^2 = \frac{\sum n_i u_i^2 - (\sum n_i u_i)^2}{n-1} \frac{1}{n}.$$

Пример 1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:

варианта x_i	2	5	7	10
частота n_i	16	12	8	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Решение. Несмещенной оценкой генеральной средней является выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \frac{\sum n_i x_i}{n} = (16 \cdot 2 + 12 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 14 \cdot 10) \cdot \frac{1}{50} = 5,76.$$

Пример 2. В итоге пяти измерений получены следующие результаты: 92; 94; 103; 105; 106.

Найти: а) выборочную среднюю; б) выборочную исправленную дисперсии ошибок измерения.

Решение. а) Найдем выборочную среднюю:

$$\bar{x}_n = \frac{92 + 94 + 103 + 105 + 106}{5} = 100.$$

б) Найдем выборочную дисперсию:

$$D_n = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2}{n} = \frac{(92-100)^2 + (94-100)^2 + \dots + (106-100)^2}{5} = 34.$$

Найдем исправленную дисперсию:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_n = \frac{5}{4} \cdot 34 = 42,5.$$

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=60$:

варианта x_i	10	30	60	26
частота n_i	8	40	10	2

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	125	127	128
частота n_i	2	5	3

3. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	256	226	262	265	270
частота n_i	2	3	10	4	1

4. По выборке объема $n=51$ найдена смещенная оценка $D_n = 5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку генеральной совокупности.

5. В итоге четырех измерений некоторой физической величины

Получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок измерения.

6. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=100$:

x_i	125	127	128	130
n_i	20	25	50	5

6. Интервальные оценки. Проверка статистических гипотез.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами - концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Доверительным называют интервал, который с заданной надежностью γ покрывает заданный параметр.

Надежностью оценки называют вероятность γ , при которой выполнение неравенства $|a - \bar{x}| < \delta$ справедливо, т.е. выполняется равенство $P(|a - \bar{x}| < \delta) = \gamma$.

В качестве γ берут число, близкое к единице (0,95; 0,99; 0,999).

Событие $|a - \bar{x}| < \delta$, эквивалентно событию $\bar{x} - \delta < a < \bar{x} + \delta$, состоящем в том, что интервал со случайными границами $(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta)$ накрывает число a .

Для математического ожидания a нормально распределенной случайной величины доверительный интервал имеет вид

$$\left(\bar{x} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \right),$$

где t - такое значение аргумента функции Лапласа, при которой $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Пример. Найти с надежностью $\gamma = 0,9$ доверительный интервал нормально распределенной случайной величины с $\sigma = \sqrt{3}$, если по результатам 48 измерений получена оценка $\bar{x} = 25,31$.
Решение.

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45$$

По таблице значений функции Лапласа находим, что значение 0,45 она принимает при $t \approx 1,64$. Следовательно, при $n=48$, имеем

$$\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,64 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \frac{1,64}{4} = 0,41.$$

В результате получаем доверительный интервал $(25,31-0,41; 25,31+0,41)$.

Итак, с надежностью $\gamma = 0,9$ интервал $(24,90; 25,72)$ содержит неизвестное математическое ожидание.

7. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью γ неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны генеральное среднее квадратическое отклонение σ , выборочная средняя $\bar{x}_e$ и объем выборки n .

№ задания	σ	$\bar{x}_e$	n	γ
1	1	10,2	10	0,95
2	2	16,8	15	0,99
3	3	12,4	20	0,9
4	4	14,1	25	0,95
5	5	15,6	30	0,99

8. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,99 точность оценки математического ожидания a генеральной совокупности по выборочной средней равна $\delta = 0,3$ если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормально распределенной генеральной совокупности.

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

варианта x_i	-5	3	2	3	4	5
частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание α нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

10. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Эмп. частота	6	13	38	74	106	85	30
Теор. частота	1	11	22	42	79	76	37

Расчетно –графическая работа по математической статистике (2).

Вариант 8.

Статистические оценки параметров распределения.

Точечные оценки.

Статистической оценкой θ^* неизвестного параметра θ теоретического распределения называют функцию $f(X_1, \dots, X_n)$ от наблюдаемых случайных величин $X_1, \dots, X_n$.

Точечной называют статистическую оценку, которая определяется одним числом $\theta^* = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – результаты n наблюдений над количественным признаком X (выборка).

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Смещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Несмещенной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \sum_{i=1}^n n_i x_i / n,$$

где x_i – варианты выборки, n_i – частота варианты x_i , n – объем выборки.

Замечание 1. Если первоначальные варианты x_i – большие числа, то для упрощения расчета целесообразно вычесть из каждой варианты одно и тоже число C , т.е. перейти к условным вариантам

$u_i = x_i - C$, (в качестве C выгодно принять число, близкое к выборочной средней). Тогда

$$\bar{x}_n = C + \left(\sum n_i u_i \right) / n.$$

Смещенной оценкой генеральной дисперсии служит выборочная дисперсия

$$D_n = \left(\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x}_n)^2 \right) \frac{1}{n};$$

Эта оценка является смещенной, так как

$$M(D_n) = \frac{n-1}{n} D_n.$$

Более удобная формула

$$D_n = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum n_i x_i}{n} \right)^2.$$

Несмещенной оценкой генеральной дисперсии служит исправленная выборочная дисперсия

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_n = \frac{\sum n_i (x_i - \bar{x}_n)^2}{n-1}.$$

Более удобная формула

$$s_x^2 = \frac{\sum n_i x_i^2 - \left(\sum n_i x_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

В условных вариантах она имеет вид

$$s_u^2 = \frac{\sum n_i u_i^2 - \left(\sum n_i u_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

Пример 1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:

варианта x_i	2	5	7	10
частота n_i	16	12	8	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Решение. Несмещенной оценкой генеральной средней является выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \frac{\sum n_i x_i}{n} = (16 \cdot 2 + 12 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 14 \cdot 10) \cdot \frac{1}{50} = 5,76.$$

Пример 2. В итоге пяти измерений получены следующие результаты: 92; 94; 103; 105; 106.

Найти: а) выборочную среднюю; б) выборочную исправленную дисперсии ошибок измерения.

Решение. а) Найдем выборочную среднюю:

$$\bar{x}_n = \frac{92 + 94 + 103 + 105 + 106}{5} = 100.$$

б) Найдем выборочную дисперсию:

$$D_n = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2}{n} = \frac{(92-100)^2 + (94-100)^2 + \dots + (106-100)^2}{5} = 34.$$

Найдем исправленную дисперсию:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_n = \frac{5}{4} \cdot 34 = 42,5.$$

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=60$:

варианта x_i	1	3	6	22
----------------	---	---	---	----

частота n_i	10	40	14	2
---------------	----	----	----	---

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	1450	1470	1480
частота n_i	2	5	3

3. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	2560	22600	2620	2650	2700
частота n_i	2	3	10	4	1

4. По выборке объема $n=51$ найдена смещенная оценка $D_n = 5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку генеральной совокупности.

5. В итоге четырех измерений некоторой физической величины

Получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок измерения.

6. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=100$:

x_i	1750	1775	1780	1700
n_i	20	25	50	5

6. Интервальные оценки. Проверка статистических гипотез.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами - концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Доверительным называют интервал, который с заданной надежностью γ покрывает заданный параметр.

Надежностью оценки называют вероятность γ , при которой выполнение неравенства $|a - \bar{x}| < \delta$ справедливо, т.е. выполняется равенство $P(|a - \bar{x}| < \delta) = \gamma$.

В качестве γ берут число, близкое к единице (0,95; 0,99; 0,999).

Событие $|a - \bar{x}| < \delta$, эквивалентно событию $\bar{x} - \delta < a < \bar{x} + \delta$, состоящем в том, что интервал со случайными границами $(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta)$ накрывает число a .

Для математического ожидания a нормально распределенной случайной величины доверительный интервал имеет вид

$$\left(\bar{x} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \right),$$

где t - такое значение аргумента функции Лапласа, при которой $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Пример. Найти с надежностью $\gamma = 0,9$ доверительный интервал нормально распределенной случайной величины с $\sigma = \sqrt{3}$, если по результатам 48 измерений получена оценка $\bar{x} = 25,31$.

Решение.

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45$$

По таблице значений функции Лапласа находим, что значение 0,45 она принимает при $t \approx 1,64$. Следовательно, при $n=48$, имеем

$$\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,64 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \frac{1,64}{4} = 0,41.$$

В результате получаем доверительный интервал $(25,31-0,41; 25,31+0,41)$.

Итак, с надежностью $\gamma = 0,9$ интервал $(24,90; 25,72)$ содержит неизвестное математическое ожидание.

7. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью γ неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны генеральное среднее квадратическое отклонение σ , выборочная средняя $\bar{x}_e$ и объем выборки n .

№ задания	σ	$\bar{x}_e$	n	γ
1	41	10,2	10	0,95
2	52	16,8	15	0,99
3	61	12,4	20	0,9
4	32	14,1	25	0,95
5	21	15,6	30	0,99

8. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,99 точность оценки математического ожидания a генеральной совокупности по выборочной средней равна $\delta = 0,3$ если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормально распределенной генеральной совокупности.

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

варианта	1	2	6	3	4	5
x_i						
частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание a нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

10. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Эмп. частота	6	13	38	74	106	85	30
--------------	---	----	----	----	-----	----	----

Теор. частота	5	24	42	52	99	76	37
------------------	---	----	----	----	----	----	----

Расчетно –графическая работа по математической статистике (2).

Вариант 9.

Статистические оценки параметров распределения. Точечные оценки.

Статистической оценкой θ^* неизвестного параметра θ теоретического распределения называют функцию $f(X_1, \dots, X_n)$ от наблюдаемых случайных величин $X_1, \dots, X_n$.

Точечной называют статистическую оценку, которая определяется одним числом $\theta^* = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – результаты n наблюдений над количественным признаком X (выборка).

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Смещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Несмещенной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \sum_{i=1}^n n_i x_i / n,$$

где x_i – варианты выборки, n_i – частота варианты x_i , n – объем выборки.

Замечание 1. Если первоначальные варианты x_i – большие числа, то для упрощения расчета целесообразно вычесть из каждой варианты одно и тоже число C , т.е. перейти к условным вариантам

$u_i = x_i - C$, (в качестве C выгодно принять число, близкое к выборочной средней). Тогда

$$\bar{x}_n = C + \left(\sum n_i u_i \right) / n.$$

Смещенной оценкой генеральной дисперсии служит выборочная дисперсия

$$D_n = \left(\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x}_n)^2 \right) \frac{1}{n};$$

Эта оценка является смещенной, так как

$$M(D_n) = \frac{n-1}{n} D_n.$$

Более удобная формула

$$D_n = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum n_i x_i}{n} \right)^2.$$

Несмещенной оценкой генеральной дисперсии служит исправленная выборочная дисперсия

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_n = \frac{\sum n_i (x_j - \bar{x}_n)^2}{n-1}.$$

Более удобная формула

$$s_x^2 = \frac{\sum n_i x_i^2 - (\sum n_i x_i)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

В условных вариантах она имеет вид

$$s_u^2 = \frac{\sum n_i u_i^2 - (\sum n_i u_i)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

Пример 1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:

варианта x_i	2	5	7	10
частота n_i	16	12	8	14

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Решение. Несмещенной оценкой генеральной средней является выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \frac{\sum n_i x_i}{n} = (16 \cdot 2 + 12 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 14 \cdot 10) \cdot \frac{1}{50} = 5,76.$$

Пример 2. В итоге пяти измерений получены следующие результаты: 92; 94; 103; 105; 106.

Найти: а) выборочную среднюю; б) выборочную исправленную дисперсии ошибок измерения.

Решение. а) Найдем выборочную среднюю:

$$\bar{x}_n = \frac{92 + 94 + 103 + 105 + 106}{5} = 100.$$

б) Найдем выборочную дисперсию:

$$D_n = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2}{n} = \frac{(92-100)^2 + (94-100)^2 + \dots + (106-100)^2}{5} = 34.$$

Найдем исправленную дисперсию:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_n = \frac{5}{4} \cdot 34 = 42,5.$$

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=60$:

варианта x_i	1	3	6	26
частота n_i	18	50	12	22

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	2250	2270	2280
частота n_i	2	5	3

3. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	560	600	620	650	700
----------------	-----	-----	-----	-----	-----

частота n_i	2	3	10	4	1
---------------	---	---	----	---	---

4. По выборке объема $n=51$ найдена смещенная оценка $D_n = 5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку генеральной совокупности.
5. В итоге четырех измерений некоторой физической величины Получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок измерения.
6. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=100$:

x_i	1230	1245	1260	1350
n_i	20	25	50	5

6. Интервальные оценки. Проверка статистических гипотез.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами - концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Доверительным называют интервал, который с заданной надежностью γ покрывает заданный параметр.

Надежностью оценки называют вероятность γ , при которой выполнение неравенства $|a - \bar{x}| < \delta$ справедливо, т.е. выполняется равенство $P(|a - \bar{x}| < \delta) = \gamma$.

В качестве γ берут число, близкое к единице (0,95; 0,99; 0,999).

Событие $|a - \bar{x}| < \delta$, эквивалентно событию $\bar{x} - \delta < a < \bar{x} + \delta$, состоящем в том, что интервал со случайными границами $(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta)$ накрывает число a .

Для математического ожидания a нормально распределенной случайной величины доверительный интервал имеет вид

$$\left(\bar{x} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \right),$$

где t - такое значение аргумента функции Лапласа, при которой $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Пример. Найти с надежностью $\gamma = 0,9$ доверительный интервал нормально распределенной случайной величины с $\sigma = \sqrt{3}$, если по результатам 48 измерений получена оценка $\bar{x} = 25,31$.
Решение.

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45$$

По таблице значений функции Лапласа находим, что значение 0,45 она принимает при $t \approx 1,64$. Следовательно, при $n=48$, имеем

$$\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,64 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \frac{1,64}{4} = 0,41.$$

В результате получаем доверительный интервал $(25,31-0,41; 25,31+0,41)$.

Итак, с надежностью $\gamma = 0,9$ интервал $(24,90; 25,72)$ содержит неизвестное математическое ожидание.

7. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью γ неизвестного математического ожидания μ нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны генеральное среднее квадратическое отклонение σ , выборочная средняя $\bar{x}$ и объем выборки n .

№ задания	σ	$\bar{x}$	n	γ
1	3	10,2	10	0,95
2	5	16,8	15	0,99
3	7	12,4	20	0,9
4	9	14,1	25	0,95
5	2	15,6	30	0,99

8. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,99 точность оценки математического ожидания μ генеральной совокупности по выборочной средней равна $\delta = 0,3$ если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормально распределенной генеральной совокупности.

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

варианта x_i	9	12	14	13	24	15
частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание μ нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

10. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Эмп. частота	7	23	48	84	96	85	30
Теор. частота	3	14	42	82	99	76	37

Расчетно –графическая работа по математической статистике (2).

Вариант 10.

Статистические оценки параметров распределения.
Точечные оценки.

Статистической оценкой θ^* неизвестного параметра θ теоретического распределения называют функцию $f(X_1, \dots, X_n)$ от наблюдаемых случайных величин $X_1, \dots, X_n$.

Точечной называют статистическую оценку, которая определяется одним числом $\theta^* = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$, где $x_1, x_2, \dots, x_n$ – результаты n наблюдений над количественным признаком X (выборка).

Несмещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой равно оцениваемому параметру при любом объеме выборки.

Смещенной называют точечную оценку, математическое ожидание которой не равно оцениваемому параметру.

Несмещенной оценкой генеральной средней (математического ожидания) служит выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \sum_{i=1}^n n_i x_i / n,$$

где x_i – варианты выборки, n_i – частота варианты x_i , n – объем выборки.

Замечание 1. Если первоначальные варианты x_i – большие числа, то для упрощения расчета целесообразно вычесть из каждой варианты одно и тоже число C , т.е. перейти к условным вариантам

$u_i = x_i - C$, (в качестве C выгодно принять число, близкое к выборочной средней). Тогда

$$\bar{x}_n = C + \left(\sum n_i u_i \right) / n.$$

Смещенной оценкой генеральной дисперсии служит выборочная дисперсия

$$D_n = \left(\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x}_n)^2 \right) \frac{1}{n};$$

Эта оценка является смещенной, так как

$$M(D_n) = \frac{n-1}{n} D_n.$$

Более удобная формула

$$D_n = \overline{x^2} - \bar{x}^2 = \frac{\sum n_i x_i^2}{n} - \left(\frac{\sum n_i x_i}{n} \right)^2.$$

Несмещенной оценкой генеральной дисперсии служит исправленная выборочная дисперсия

$$s^2 = \frac{n}{n-1} D_n = \frac{\sum n_i (x_j - \bar{x}_n)^2}{n-1}.$$

Более удобная формула

$$s_x^2 = \frac{\sum n_i x_i^2 - \left(\sum n_i x_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

В условных вариантах она имеет вид

$$s_u^2 = \frac{\sum n_i u_i^2 - \left(\sum n_i u_i \right)^2 \frac{1}{n}}{n-1}.$$

Пример 1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=50$:

варианта x_i	2	5	7	10
----------------	---	---	---	----

частота n_i	16	12	8	14
---------------	----	----	---	----

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

Решение. Несмещенной оценкой генеральной средней является выборочная средняя

$$\bar{x}_n = \frac{\sum n_i x_i}{n} = (16 \cdot 2 + 12 \cdot 5 + 8 \cdot 7 + 14 \cdot 10) \cdot \frac{1}{50} = 5,76.$$

Пример 2. В итоге пяти измерений получены следующие результаты: 92; 94; 103; 105; 106.

Найти: а) выборочную среднюю; б) выборочную исправленную дисперсии ошибок измерения.

Решение. а) Найдем выборочную среднюю:

$$\bar{x}_n = \frac{92 + 94 + 103 + 105 + 106}{5} = 100.$$

б) Найдем выборочную дисперсию:

$$D_n = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}_n)^2}{n} = \frac{(92-100)^2 + (94-100)^2 + \dots + (106-100)^2}{5} = 34.$$

Найдем исправленную дисперсию:

$$s^2 = \frac{n}{n-1} \cdot D_n = \frac{5}{4} \cdot 34 = 42,5.$$

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n=60$:

варианта x_i	10	30	60	260
частота n_i	8	40	10	2

Найти несмещенную оценку генеральной средней.

2. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	125	127	128
частота n_i	2	5	3

3. Найти выборочную среднюю по данному распределению выборки объема $n=10$:

варианта x_i	2562	2264	2626	2652	2704
частота n_i	2	3	10	4	1

4. По выборке объема $n=51$ найдена смещенная оценка $D_n = 5$ генеральной дисперсии. Найти несмещенную оценку генеральной совокупности.

5. В итоге четырех измерений некоторой физической величины

Получены следующие результаты: 8; 9; 11; 12. Найти: а) выборочную среднюю результатов измерений; б) выборочную и исправленную дисперсии ошибок измерения.

6. Найти исправленную выборочную дисперсию по данному распределению выборки объема $n=100$:

x_i	1251	1276	1281	1301
n_i	20	25	50	5

6. Интервальные оценки. Проверка статистических гипотез.

Интервальной называют оценку, которая определяется двумя числами - концами интервала, покрывающего оцениваемый параметр.

Доверительным называют интервал, который с заданной надежностью γ покрывает заданный параметр.

Надежностью оценки называют вероятность γ , при которой выполнение неравенства $|a - \bar{x}| < \delta$ справедливо, т.е. выполняется равенство $P(|a - \bar{x}| < \delta) = \gamma$.

В качестве γ берут число, близкое к единице (0,95; 0,99; 0,999).

Событие $|a - \bar{x}| < \delta$, эквивалентно событию $\bar{x} - \delta < a < \bar{x} + \delta$, состоящем в том, что интервал со случайными границами $(\bar{x} - \delta, \bar{x} + \delta)$ накрывает число a .

Для математического ожидания a нормально распределенной случайной величины доверительный интервал имеет вид

$$\left(\bar{x} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}; \bar{x} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \right),$$

где t - такое значение аргумента функции Лапласа, при которой $\Phi(t) = \frac{\gamma}{2}$.

Пример. Найти с надежностью $\gamma = 0,9$ доверительный интервал нормально распределенной случайной величины с $\sigma = \sqrt{3}$, если по результатам 48 измерений получена оценка $\bar{x} = 25,31$.
Решение.

$$\Phi(t) = \frac{\gamma}{2} = \frac{0,9}{2} = 0,45$$

По таблице значений функции Лапласа находим, что значение 0,45 она принимает при $t \approx 1,64$. Следовательно, при $n=48$, имеем

$$\frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{1,64 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \frac{1,64}{4} = 0,41.$$

В результате получаем доверительный интервал $(25,31-0,41; 25,31+0,41)$.

Итак, с надежностью $\gamma = 0,9$ интервал $(24,90; 25,72)$ содержит неизвестное математическое ожидание.

7. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью γ неизвестного математического ожидания a нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если известны генеральное среднее квадратическое отклонение σ , выборочная средняя $\bar{x}_e$ и объем выборки n .

№ задания	σ	$\bar{x}_e$	n	γ
1	4	10,2	10	0,95
2	5	16,8	15	0,99

3	6	12,4	20	0,9
4	3	14,1	25	0,95
5	2	15,6	30	0,99

8. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,99 точность оценки математического ожидания α генеральной совокупности по выборочной средней равна $\delta = 0,3$ если известно среднее квадратическое отклонение $\sigma = 1,2$ нормально распределенной генеральной совокупности.

9. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 10$:

варианта x_i	3	4	2	6	7	5
частота n_i	2	1	2	2	2	1

Оценить с надежностью 0,95 математическое ожидание α нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

10. При уровне значимости 0,05 проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности, если известны эмпирические и теоретические частоты.

Эмп. частота	16	23	48	84	36	25	20
Теор. частота	3	14	42	82	99	76	37

10.05.03 Информационная безопасность автоматизированных систем

ОПК-3. Способен использовать математические методы, необходимые для решения задач профессиональной деятельности

ОПК-3.3.1 Основные понятия теории вероятностей, методы вычислений, основные свойства и признаки вероятностных характеристик для постановки и решения поставленных задач.

ОПК-3.У.1 Использовать полученные математические результаты при анализировании практических задач.

ОПК-3.В.1 Математическими навыками подготовки научных докладов, публикаций и подборки библиографии по научно исследовательской тематики.

ОПК-3.3.2 Вероятностные методы анализа и законы распределения для формирования более точного прогнозирования исследуемых процессов.

ОПК-3.У.2 Применять вероятностные законы и статистические прогнозы при непосредственных расчетах производственных задач.

Тест

1. Прочитайте тест и выберите правильный ответ. Запишите цифру правильного ответа.

Задача. Из урны, в которой находятся 6 черных шаров и 4 белых шара, вынимают одновременно 3 шара. Тогда вероятность того, что среди отобранных два шара будут черными, равна:

1) $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{3}{10}$; 3) $\frac{1}{8}$; 4) $\frac{1}{30}$.

2. Прочитайте тест и выберите правильный ответ. Запишите цифру правильного ответа.

Задача. Игральная кость бросается два раза. Тогда вероятность того, что сумма выпавших очков не меньше девяти, равна:

1) $\frac{5}{18}$; 2) $\frac{1}{6}$; 3) $\frac{13}{18}$; 4) 0.

3. Прочитайте тест, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Задача. В группе 15 студентов, из которых 6 отличников. По списку наудачу отобраны 5 студентов. Тогда вероятность того, что среди отобранных студентов нет отличников, равна:

1) $\frac{6}{143}$; 2) $\frac{12}{143}$; 3) $\frac{3}{5}$; 4) $\frac{5}{9}$.

4. Прочитайте тест, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Задача. Из урны, в которой находятся 6 белых шаров и 4 черных шара, вынимают одновременно 4 шара. Тогда вероятность того, что среди отобранных 3 шара будут белыми, равна:

1) $\frac{8}{21}$; 2) $\frac{2}{21}$; 3) $\frac{2}{105}$; 4) $\frac{1}{2}$.

5. Прочитайте тест, выберите правильный ответ и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Задача. В партии из 12 деталей имеется 5 бракованных. Наудачу отобраны три детали. Тогда вероятность того, что среди отобранных деталей нет бракованных, равна:

- 1) $\frac{7}{44}$; 2) $\frac{1}{22}$; 3) $\frac{7}{12}$; 4) $\frac{1}{4}$.

6. Прочитайте тест, выберите правильный ответ(ы) и запишите аргументы, обосновывающие выбор ответа.

Задача. Наладчик обслуживает три станка. Вероятность того, что в течение часа потребует его вмешательства первый станок, равна 0,1; второй – 0,15; третий – 0,2. Тогда вероятность того, что в течение часа потребует вмешательства наладчика только один станок, равна:

- 1) 0,329; 2) 0,1; 3) 0,45; 4) 0,003.

7. Прочитайте тест, выберите правильный ответ и запишите развернутый обоснованный ответ.

Задача. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,95, а вторым – 0,80. Оба стрелка стреляют одновременно. Тогда вероятность того, что цель будет поражена только одним стрелком, равна:

- 1) 0,23; 2) 0,95; 3) 0,875; 4) 0,17.

8. Прочитайте текст, выберите все правильные ответ(ы) и запишите развернутый обоснованный ответ.

Задача. Какие из следующих величин могут быть значениями вероятности? Выберите несколько вариантов ответа:

1. 0
2. 1.5
3. $-1/3$
4. $1/2$
5. 1

9. Прочитайте текст, выберите все правильные ответ(ы) и запишите развернутый обоснованный ответ.

Задача. Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	-1	3	6	7	8
p	0,1	0,4	0,3	0,1	0,1

Тогда вероятность $P(3 < X \leq 7)$ равна:

- 1) 0,8; 2) 0,3; 3) 0,7; 4) 0,4.

10. Прочитайте текст и установите соответствие между термином и определением.

Термин	Определение
А) Случайная величина	1) функция, задающая вероятность того, что случайная величина примет значение меньше заданного
Б) Функция распределения	2) величина, принимающая заранее известное значение
В) Дисперсия	3) числовая характеристика, описывающая разброс случайной величины относительно её среднего



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**
«Волжский государственный
университет водного транспорта»
(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»
202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая
статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность
автоматизированных систем»
Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Классическое и статистическое определение вероятности.
2. Студент знает 15 из 20 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:
 - 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
 - 2) на первый, второй и третий вопрос?
3. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.
4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .
 $X=(1; 3; 5; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .
5. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти:
 - а) дифференциальную функцию $f(x)$;
 - б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Волжский государственный
университет водного транспорта»
(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»
Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
2. В ящике 5 белых и 5 чёрных шаров. Из ящика вынимают 4 шара. Какова вероятность, что среди них 3 чёрных и 1 белый шар?
3. Числовые характеристики дискретных случайных величин.
4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .
 $X = (1; 3; 5; 7)$, $P = (0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .
5. Равномерное распределение.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти: а)
дифференциальную функцию $f(x)$;
б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$\begin{cases} 0, & x < 0 \\ x & \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»
(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая
статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
“Информационная безопасность
автоматизированных систем”
Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3

1. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
2. Два стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность поражения мишени первым стрелком $p_1 = 0,6$, вторым $p_2 = 0,5$. При осмотре мишени оказалось, что в неё попала одна пуля. Найти вероятность того, что в цель попал первый стрелок?
3. Показательное распределение и его числовые характеристики.
4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .
 $X=(1; 2; 5; 8), P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X
5. Статистическое распределение выборки.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти:
 - а) дифференциальную функцию $f(x)$;
 - б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^3, & \\ \frac{1}{27}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный

год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая
статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность
автоматизированных систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4

1. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
2. Кубик бросают 6 раз. Какова вероятность, что 4 раза выпадет 5 очков?
3. Закон распределения двумерной случайной величины.
4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .
 $X=(4; 5; 6; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .
5. Полигон и гистограмма.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти: а) дифференциальную функцию $f(x)$; б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{9}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**

**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»
Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
2. Студент знает 10 из 12 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:
 - 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
 - 2) на первый, второй и третий вопрос?
 - 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
 - 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
 - 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?
3. Нормальное распределение.
4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .
 $X=(1; 3; 5; 7), P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .
5. Интервальные оценки.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти:
 - а) дифференциальную функцию $f(x)$;
 - б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**

**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

**«Волжский государственный
университет водного транспорта»**

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»
Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6

1. Классическое и статистическое определение вероятности (определение).
2. Студент знает 10 из 25 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:
 - 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
 - 2) на первый, второй и третий вопрос?
3. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.
4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .
 $X=(1; 3; 5; 7), P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .
5. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти:
 - а) дифференциальную функцию $f(x)$;
 - б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»
(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая
статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
“Информационная безопасность
автоматизированных систем”
Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7

1. Теоремы сложения умножения и вероятностей(формулировка).
2. В ящике 5 белых и 5 чёрных шаров. Из ящика вынимают 4шара. Какова вероятность, что среди них 3чёрных и 1белый шар?
3. Числовые характеристики дискретных случайных величин.

4. Дан ряд распределения случайной величины X. Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X.
 $X=(1; 3; 5; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.
5. Равномерное распределение.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией F(x). Требуется найти:
а) дифференциальную функцию f(x);
б) математическое ожидание M(x) и дисперсию D(x).

$$\begin{cases} 0, & x < 0 \\ x & \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__учебный

год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая
статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность
автоматизированных систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8

1. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
2. Два стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность поражения мишени первым стрелком $p_1 = 0,6$, вторым $p_2 = 0,5$. При осмотре мишени оказалось, что в неё попала одна пуля. Найти вероятность того, что в цель попал первый стрелок?
3. Показательное распределение и его числовые характеристики.
 4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .
 $X=(1; 2; 5; 8)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X
5. Статистическое распределение выборки.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти: а) дифференциальную функцию $f(x)$; б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^3, & \\ \frac{1}{27}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Волжский государственный
университет водного транспорта»
(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая
статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
“Информационная безопасность
автоматизированных систем”
Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9

1. Повторение испытаний . Формула Бернулли.
2. Кубик бросают 6 раз. Какова вероятность, что 4 раза выпадет 5 очков?
3. Закон распределения двумерной случайной величины.
4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .
 $X=(4; 5; 6; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .
5. Полигон и гистограмма.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти:
 - а) дифференциальную функцию $f(x)$;
 - б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{9}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**

**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

**«Волжский государственный
университет водного транспорта»**

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10

1. 1. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

2. Студент знает 10 из 12 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:

- 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
- 2) на первый, второй и третий вопрос?
- 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
- 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
- 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?

3. Нормальное распределение случайной величины.

4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .

$X=(1; 2; 3; 4)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

5. Интервальные оценки.

6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти: а) дифференциальную функцию $f(x)$; б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»
(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая
статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
“Информационная безопасность
автоматизированных систем”
Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11

1. Классическое и статистическое определение вероятности.
2. Студент знает 15 из 20 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:
 - 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
 - 2) на первый, второй и третий вопрос?
3. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.
 4. Дан ряд распределения случайной величины X. Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X.
 $X=(1; 3; 5; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.
5. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти: а) дифференциальную функцию $f(x)$; б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**

**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

**«Волжский государственный
университет водного транспорта»**

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12

1. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
2. В ящике 5 белых и 5 чёрных шаров. Из ящика вынимают 4 шара. Какова вероятность, что среди них 3 чёрных и 1 белый шар?
3. Числовые характеристики дискретных случайных величин.
 4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .
 $X=(1; 3; 5; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .
5. Равномерное распределение.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти: а) дифференциальную функцию $f(x)$; б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$\begin{cases} 0, & x < 0 \\ x & \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»
(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая
статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
“Информационная безопасность
автоматизированных систем”
Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13

1. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
2. Два стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность поражения мишени первым стрелком $p_1 = 0,6$, вторым $p_2 = 0,5$. При осмотре мишени оказалось, что в неё попала одна пуля. Найти вероятность того, что в цель попал первый стрелок?
3. Показательное распределение и его числовые характеристики.
4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .
 $X=(1; 2; 5; 8)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X
5. Статистическое распределение выборки.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти: а) дифференциальную функцию $f(x)$; б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^3, & \\ \frac{1}{27}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202____учебный

год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая
статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность
автоматизированных систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №14

1. Повторение испытаний. Формула Бернулли.
2. Кубик бросают 6 раз. Какова вероятность, что 4 раза выпадет 5 очков?
3. Закон распределения двумерной случайной величины.
4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .
 $X=(4; 5; 6; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .
5. Полигон и гистограмма.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти: а)
дифференциальную функцию $f(x)$;
б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{9}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**

**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

**«Волжский государственный
университет водного транспорта»**

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №15

1. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
2. Студент знает 10 из 12 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:
 - 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
 - 2) на первый, второй и третий вопрос?
 - 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
 - 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
 - 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?
3. Нормальное распределение.
4. Дан ряд распределения случайной величины X. Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X.
 $X=(1; 3; 5; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.
5. Интервальные оценки.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти: а) дифференциальную функцию $f(x)$; б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**

**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №16

1. Классическое и статистическое определение вероятности (определение).
2. Студент знает 10 из 25 заданных вопросов. Какова вероятность, что он ответит:
 - 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
 - 2) на первый, второй и третий вопрос?
3. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.
4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .
 $X=(1; 3; 5; 7), P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .
5. Числовые характеристики непрерывных случайных величин.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти:
 - а) дифференциальную функцию $f(x)$;
 - б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Волжский государственный
университет водного транспорта»
(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая
статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность
автоматизированных систем»
Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №17

1. Теоремы сложения умножения и вероятностей(формулировка).
2. В ящике 5 белых и 5 чёрных шаров. Из ящика вынимают 4шара. Какова вероятность, что среди них 3чёрных и 1белый шар?
3. Числовые характеристики дискретных случайных величин.
4. Дан ряд распределения случайной величины X. Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X.
 $X=(1; 3; 5; 7), P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.
5. Равномерное распределение.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией F(x). Требуется найти:
 - а) дифференциальную функцию f(x);
 - б) математическое ожидание M(x) и дисперсию D(x).

$$\begin{cases} 0, & x < 0 \\ x & \end{cases}$$

$$F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»
(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный

год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая
статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность
автоматизированных систем»
Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №18

1. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
2. Два стрелка производят по одному выстрелу в мишень. Вероятность поражения мишени первым стрелком $p_1 = 0,6$, вторым $p_2 = 0,5$. При осмотре мишени оказалось, что в неё попала одна пуля. Найти вероятность того, что в цель попал первый стрелок?
3. Показательное распределение и его числовые характеристики.
4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .
 $X=(1; 2; 5; 8)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X
5. Статистическое распределение выборки.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти: а) дифференциальную функцию $f(x)$;
б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^3, & \\ \frac{1}{27}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая
статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
“Информационная безопасность
автоматизированных систем“
Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №19

1. Повторение испытаний . Формула Бернулли.
2. Кубик бросают 6 раз. Какова вероятность, что 4 раза выпадет 5 очков?
3. Закон распределения двумерной случайной величины.
4. Дан ряд распределения случайной величины X. Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X.
 $X=(4; 5; 6; 7)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X.
5. Полигон и гистограмма.
6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти: а)
дифференциальную функцию $f(x)$;
б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{9}, & 0 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Волжский государственный
университет водного транспорта»
(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»
Специализация/профиль
Безопасность автоматизированных систем на
транспорте (по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №20

1. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.

2. Студент знает 10 из 12 заданных вопросов.

Какова вероятность, что он ответит:

- 1) на 3 вопроса из предложенных четырёх?
- 2) на первый, второй и третий вопрос?
- 3) на первый и второй ответит, а на третий нет?
- 4) только на один вопрос из предложенных трёх?
- 5) хотя бы на один вопрос из предложенных четырёх?

3. Нормальное распределение случайной величины.

4. Дан ряд распределения случайной величины X . Найти математическое ожидание дисперсию случайной величины X .

$X=(1; 2; 3; 4)$, $P=(0,2; 0,1; 0,5; ?)$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .

5. Интервальные оценки.

6. Случайная величина X задана интегральной функцией $F(x)$. Требуется найти: а) дифференциальную функцию $f(x)$; б) математическое ожидание $M(x)$ и дисперсию $D(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x^2}{16}, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

Теория вероятностей и математическая статистика.

Расчетно – графическая работа. Раздел 5. (темы 5.1-5.9).

Контролируемые компетенции (код компетенции, наименование компетенции, ИДК, наименование ИДК).

УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода. Вырабатывать стратегию действий.

УК-1.3.1 Фундаментальные статистические законы для формирований основных направлений развития научных методик обработки полученных результатов.

УК-1.У.1 Анализировать с помощью теории случайных процессов результатов прямой задачи (анализа) и обратной задачи (синтеза).

УК-1.В.1 Полученными теоретическими знаниями элементов корреляционного анализа для правильного системного подхода и анализа необходимых стратегий при подготовке и проведении практических экспериментов.

Расчетные задания по ТВ и МС.

Вариант 1.

Дана система случайных величин (X, Y) . Пусть в результате n испытаний получено n точек $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ (среди этих точек могут быть и кратные). Требуется вычислить коэффициент корреляции этой системы случайных величин.

Приняв во внимание закон больших чисел, при достаточно большом n в формулах для определения дисперсий и корреляции математические ожидания $M(X), M(Y)$ можно заменить средними арифметическими значениями соответствующих случайных величин. При этом имеют место следующие приближенные равенства:

$$M(X) \approx \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad M(Y) \approx \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

$$\sigma_x^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2; \quad \sigma_y^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2; \quad c_{xy} \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}.$$

Отсюда можно найти коэффициент корреляции по формуле

$$r_{xy} = \frac{c_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Если $|r_{xy}| \sqrt{n-1} \geq 3$, то связь между случайными величинами X и Y достаточно вероятна. Если связь между X и Y установлена, то линейное приближение $\bar{y}_x$ от x дается формулой линейной регрессии

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad \bar{y}_x = ax + b.$$

Аналогично выглядит линейное приближение $\bar{x}_y$

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_{xy} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}), \quad \bar{x}_y = cx + d.$$

Для построения уравнения регрессии необходимо:

- 1) по исходной таблице значений X и Y вычислить средние значения, средние квадратичные отклонения, ковариацию, коэффициент корреляции;
- 2) проверить гипотезу о существовании связи между случайными величинами X и Y ;
- 3) составить уравнения линий регрессии построить графики этих уравнений.

Пример. Дана таблица:

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0,25	0,37	0,44	0,55	0,60	0,62	0,68	0,70	0,73
Y	2,57	2,31	2,12	1,92	1,75	1,71	1,60	1,51	1,50
I	10	11	12	13	14	15	16	17	
X	0,75	0,82	0,84	0,87	0,88	0,90	0,95	1,00	
Y	1,41	1,33	1,31	1,25	1,20	1,19	1,15	1,00	

Определить коэффициент корреляции и составить уравнения регрессии.

Решение. Из таблицы получаем:

$$\sum_{i=1}^{17} X_i = 11,95, \quad \sum_{i=1}^{17} Y_i = 26,83, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i^2 = 9,1095$$

$$\sum_{i=1}^{17} Y_i^2 = 45,4127, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i Y_i = 17,3917.$$

Теперь находим

$$\bar{x} = 11,95 / 17 = 0,7029, \quad \bar{y} = 26,83 / 17 = 1,5782;$$

$$\sigma_x^2 = 9,1095 / 17 - (0,7029)^2 = 0,0418, \quad \sigma_x = 0,2042,$$

$$\sigma_y^2 = 45,4127 / 17 - (1,5782)^2 = 0,1806, \quad \sigma_y = 0,4250;$$

$$c_{xy} = 17,3917 / 17 - 0,7029 \cdot 1,5728 = -0,0863;$$

$$r_{xy} = (-0,0863) / (0,2042 \cdot 0,4250) = -0,9943.$$

Так как значение произведения $|r_{xy}| \cdot \sqrt{n-1} = 0,9943 \cdot 4 = 3,9772 > 3$, то связь достаточно обоснована.

Составим уравнения линии регрессии:

$$\bar{y}_x - 1,5782 = -\frac{0,9943 \cdot 0,4250}{0,2042} (x - 0,7029);$$

$$\bar{y}_x = -2,0695x + 3,0329;$$

$$\bar{x}_y - 0,7029 = -\frac{0,9943 \cdot 0,2042}{0,4250} (y - 1,5782);$$

$$\bar{x}_y = -0,4476y + 1,4566.$$

1. В результате 79 опытов получена корреляционная таблица величин X и Y . Целые числа, приведенные в таблице, являются кратностями значений соответствующих случайных точек. Так, например, точка, для которой $x=0,8$, $y=0,6$, имеет кратность 14, т.е. в результате 14 опытов значению $x=0,8$ соответственно значение $y=0,6$. Найти коэффициент корреляции и составить уравнения линий регрессии. (Таб.1)

$X \backslash Y$	0,5	0,6	0,7	0,8
0,5	0	2	0	8
0,6	0	4	2	9
0,7	2	12	3	1
0,8	21	14	0	0
0,9	1	0	0	0

Таб. 1

2. В таблицах 2 и 3 приведены значения величин X и Y . Определить коэффициент корреляции, составить уравнения и построить графики линий регрессии.

$X \backslash Y$	0	2	7	12	17	22	27	32	37	42
0	3	6								
1	25	108	44	8	2					
2	3	50	60	21	5	5				
3	1	11	33	32	13	2	3	1		
4		5	5	13	13	7	2			
5			1	2	12	6	3	2	1	
6		1		1			2	1		1
7			1	1				1		

Таб. 2

X \ Y	20	25	30	35	40
16	4	6			
26		8	10		
36			32	3	9
46			4	12	6
56				1	5

Таб. 3

3. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляционной таблице 4.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 Y	201	175	294	300	319	381	317	370	400	415
2	197	153	270	301	319	361	303	364	403	410
3	204	172	296	302	317	379	315	373	407	420
4	144	161	184	210	263	267	257	291	308	317
5	163	172	191	207	270	274	261	294	317	324
6	167	176	204	210	275	281	269	306	324	371
7	178	179	216	217	281	298	288	318	333	353
8	181	184	219	228	280	296	273	327	341	364
9	194	191	201	209	294	281	291	316	354	348
10	199	203	229	230	307	310	321	340	352	362

Расчетные задания по ТВ и МС.

Вариант 2.

Дана система случайных величин (X, Y) . Пусть в результате n испытаний получено n точек $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ (среди этих точек могут быть и кратные). Требуется вычислить коэффициент корреляции этой системы случайных величин.

Приняв во внимание закон больших чисел, при достаточно большом n в формулах для определения дисперсий и корреляции математические ожидания $M(X), M(Y)$ можно заменить средними арифметическими значениями соответствующих случайных величин. При этом имеют место следующие приближенные равенства:

$$M(X) \approx \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad M(Y) \approx \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

$$\sigma_x^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2; \quad \sigma_y^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2; \quad c_{xy} \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}.$$

Отсюда можно найти коэффициент корреляции по формуле

$$r_{xy} = \frac{c_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Если $|r_{xy}| \sqrt{n-1} \geq 3$, то связь между случайными величинами X и Y достаточно вероятна. Если связь между X и Y установлена, то линейное приближение $\bar{y}_x$ от x дается формулой линейной регрессии

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad \bar{y}_x = ax + b.$$

Аналогично выглядит линейное приближение $\bar{x}_y$

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_{xy} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}), \quad \bar{x}_y = cx + d.$$

Для построения уравнения регрессии необходимо:

- 1) по исходной таблице значений X и Y вычислить средние значения, средние квадратичные отклонения, ковариацию, коэффициент корреляции;
- 2) проверить гипотезу о существовании связи между случайными величинами X и Y ;
- 3) составить уравнения линий регрессии построить графики этих уравнений.

Пример. Дана таблица:

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0,25	0,37	0,44	0,55	0,60	0,62	0,68	0,70	0,73
Y	2,57	2,31	2,12	1,92	1,75	1,71	1,60	1,51	1,50
I	10	11	12	13	14	15	16	17	
X	0,75	0,82	0,84	0,87	0,88	0,90	0,95	1,00	
Y	1,41	1,33	1,31	1,25	1,20	1,19	1,15	1,00	

Определить коэффициент корреляции и составить уравнения регрессии.

Решение. Из таблицы получаем:

$$\sum_{i=1}^{17} X_i = 11,95, \quad \sum_{i=1}^{17} Y_i = 26,83, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i^2 = 9,1095$$

$$\sum_{i=1}^{17} Y_i^2 = 45,4127, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i Y_i = 17,3917.$$

Теперь находим

$$\bar{x} = 11,95 / 17 = 0,7029, \quad \bar{y} = 26,83 / 17 = 1,5782;$$

$$\sigma_x^2 = 9,1095 / 17 - (0,7029)^2 = 0,0418, \quad \sigma_x = 0,2042,$$

$$\sigma_y^2 = 45,4127 / 17 - (1,5782)^2 = 0,1806, \quad \sigma_y = 0,4250;$$

$$c_{xy} = 17,3917 / 17 - 0,7029 \cdot 1,5728 = -0,0863;$$

$$r_{xy} = (-0,0863) / (0,2042 \cdot 0,4250) = -0,9943.$$

Так как значение произведения $|r_{xy}| \cdot \sqrt{n-1} = 0,9943 \cdot 4 = 3,9772 > 3$, то связь достаточно обоснована.

Составим уравнения линии регрессии:

$$\bar{y}_x - 1,5782 = -\frac{0,9943 \cdot 0,4250}{0,2042} (x - 0,7029);$$

$$\bar{y}_x = -2,0695x + 3,0329;$$

$$\bar{x}_y - 0,7029 = -\frac{0,9943 \cdot 0,2042}{0,4250} (y - 1,5782);$$

$$\bar{x}_y = -0,4476y + 1,4566.$$

1. В результате 80 опытов получена корреляционная таблица величин X и Y . Целые числа, приведенные в таблице, являются кратностями значений соответствующих случайных точек. Так, например, точка, для которой $x=0,8$, $y=0,6$, имеет кратность 14, т.е. в результате 14 опытов значению $x=0,8$ соответственно значение $y=0,6$. Найти коэффициент корреляции и составить уравнения линий регрессии. (Таб.1)

$X \backslash Y$	0,5	0,6	0,7	0,8
0,5	0	2	0	8
0,6	0	4	2	9
0,7	2	12	3	2
0,8	21	14	0	0
0,9	1	0	0	0

Таб. 1

2. В таблицах 2 и 3 приведены значения величин X и Y . Определить коэффициент корреляции, составить уравнения и построить графики линий регрессии.

$X \backslash Y$	0	1	7	14	17	23	27	32	37	42
0	3	6								
1	25	108	44	8	2					
2	3	50	60	21	5	5				
3	1	11	33	32	13	2	3	1		
4		5	5	13	13	7	2			
5			1	2	12	6	3	2	1	
6		1		1			2	1		1
7			1	1				1		

Таб. 2

X \ Y	25	30	35	40	45
16	4	6			
26		8	10		
36			32	3	9
46			4	12	6
56				1	5

Таб. 3

3. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляционной таблице 4.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 Y	201	175	294	300	319	381	317	370	400	415
2	197	153	270	301	319	361	303	364	403	410
3	204	172	296	302	317	379	315	373	407	420
4	144	161	184	210	263	267	257	291	308	317
5	163	172	191	207	270	274	261	294	317	324
6	167	176	204	210	275	281	269	306	324	371
7	178	179	216	217	281	298	288	318	333	353
8	181	184	219	228	280	296	273	327	341	364
9	194	191	201	209	294	281	291	316	354	348
10	199	203	229	230	307	310	321	340	352	362

Расчетные задания по ТВ и МС.

Вариант 3.

Дана система случайных величин (X, Y) . Пусть в результате n испытаний получено n точек $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ (среди этих точек могут быть и кратные). Требуется вычислить коэффициент корреляции этой системы случайных величин.

Приняв во внимание закон больших чисел, при достаточно большом n в формулах для определения дисперсий и корреляции математические ожидания $M(X), M(Y)$ можно заменить средними арифметическими значениями соответствующих случайных величин. При этом имеют место следующие приближенные равенства:

$$M(X) \approx \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad M(Y) \approx \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

$$\sigma_x^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2; \quad \sigma_y^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2; \quad c_{xy} \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}.$$

Отсюда можно найти коэффициент корреляции по формуле

$$r_{xy} = \frac{c_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Если $|r_{xy}| \sqrt{n-1} \geq 3$, то связь между случайными величинами X и Y достаточно вероятна. Если связь между X и Y установлена, то линейное приближение $\bar{y}_x$ от x дается формулой линейной регрессии

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad \bar{y}_x = ax + b.$$

Аналогично выглядит линейное приближение $\bar{x}_y$

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_{xy} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}), \quad \bar{x}_y = cx + d.$$

Для построения уравнения регрессии необходимо:

- 1) по исходной таблице значений X и Y вычислить средние значения, средние квадратичные отклонения, ковариацию, коэффициент корреляции;
- 2) проверить гипотезу о существовании связи между случайными величинами X и Y ;
- 3) составить уравнения линий регрессии построить графики этих уравнений.

Пример. Дана таблица:

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0,25	0,37	0,44	0,55	0,60	0,62	0,68	0,70	0,73
Y	2,57	2,31	2,12	1,92	1,75	1,71	1,60	1,51	1,50
I	10	11	12	13	14	15	16	17	
X	0,75	0,82	0,84	0,87	0,88	0,90	0,95	1,00	
Y	1,41	1,33	1,31	1,25	1,20	1,19	1,15	1,00	

Определить коэффициент корреляции и составить уравнения регрессии.

Решение. Из таблицы получаем:

$$\sum_{i=1}^{17} X_i = 11,95, \quad \sum_{i=1}^{17} Y_i = 26,83, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i^2 = 9,1095$$

$$\sum_{i=1}^{17} Y_i^2 = 45,4127, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i Y_i = 17,3917.$$

Теперь находим

$$\bar{x} = 11,95 / 17 = 0,7029, \quad \bar{y} = 26,83 / 17 = 1,5782;$$

$$\sigma_x^2 = 9,1095 / 17 - (0,7029)^2 = 0,0418, \quad \sigma_x = 0,2042,$$

$$\sigma_y^2 = 45,4127 / 17 - (1,5782)^2 = 0,1806, \quad \sigma_y = 0,4250;$$

$$c_{xy} = 17,3917 / 17 - 0,7029 \cdot 1,5728 = -0,0863;$$

$$r_{xy} = (-0,0863) / (0,2042 \cdot 0,4250) = -0,9943.$$

Так как значение произведения $|r_{xy}| \cdot \sqrt{n-1} = 0,9943 \cdot 4 = 3,9772 > 3$, то связь достаточно обоснована.

Составим уравнения линии регрессии:

$$\bar{y}_x - 1,5782 = -\frac{0,9943 \cdot 0,4250}{0,2042} (x - 0,7029);$$

$$\bar{y}_x = -2,0695x + 3,0329;$$

$$\bar{x}_y - 0,7029 = -\frac{0,9943 \cdot 0,2042}{0,4250} (y - 1,5782);$$

$$\bar{x}_y = -0,4476y + 1,4566.$$

1. В результате 100 опытов получена корреляционная таблица величин X и Y . Целые числа, приведенные в таблице, являются кратностями значений соответствующих случайных точек. Так, например, точка, для которой $x=0,8$, $y=0,6$, имеет кратность 14, т.е. в результате 14 опытов значению $x=0,8$ соответственно значение $y=0,6$. Найти коэффициент корреляции и составить уравнения линий регрессии. (Таб.1)

$X \backslash Y$	0,5	0,6	0,7	0,8
0,5	0	2	0	8
0,6	0	4	2	9
0,7	2	12	3	11
0,8	21	14	0	0
0,9	10	2	0	0

Таб. 1

2. В таблицах 2 и 3 приведены значения величин X и Y . Определить коэффициент корреляции, составить уравнения и построить графики линий регрессии.

$X \backslash Y$	0	1	7	10	17	22	27	32	37	42
0	3	6								
1	25	108	44	8	2					
2	3	50	60	21	5	5				
3	1	11	33	32	13	2	3	1		
4		5	5	13	13	7	2			
5			1	2	12	6	3	2	1	
6		1		1			2	1		1
7			1	1				1		

Таб. 2

X \ Y	10	15	20	25	30
16	4	6			
26		8	10		
36			32	3	9
46			4	12	6
56				1	5

Таб. 3

3. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляционной таблице 4.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 Y	200	179	294	300	319	381	317	370	400	415
2	198	153	270	301	319	361	303	364	403	410
3	204	172	296	302	317	379	315	373	407	420
4	144	161	184	210	263	267	257	291	308	317
5	163	172	191	207	270	274	261	294	317	324
6	167	176	204	210	275	281	269	306	324	371
7	178	179	216	217	281	298	288	318	333	353
8	181	184	219	228	280	296	273	327	341	364
9	194	191	201	209	294	281	291	316	354	348
10	199	203	229	230	307	310	321	340	352	362

Расчетные задания по ТВ и МС.

Вариант 3

Дана система случайных величин (X, Y). Пусть в результате n испытаний получено n точек $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ (среди этих точек могут быть и кратные). Требуется вычислить коэффициент корреляции этой системы случайных величин.

Приняв во внимание закон больших чисел, при достаточно большом n в формулах для определения дисперсий и корреляции математические ожидания $M(X), M(Y)$ можно заменить средними арифметическими значениями соответствующих случайных величин. При этом имеют место следующие приближенные равенства:

$$M(X) \approx \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad M(Y) \approx \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

$$\sigma_x^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2; \quad \sigma_y^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2; \quad c_{xy} \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}.$$

Отсюда можно найти коэффициент корреляции по формуле

$$r_{xy} = \frac{c_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Если $|r_{xy}| \sqrt{n-1} \geq 3$, то связь между случайными величинами X и Y достаточно вероятна. Если связь между X и Y установлена, то линейное приближение $\bar{y}_x$ от x дается формулой линейной регрессии

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad \bar{y}_x = ax + b.$$

Аналогично выглядит линейное приближение $\bar{x}_y$

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_{xy} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}), \quad \bar{x}_y = cx + d.$$

Для построения уравнения регрессии необходимо:

- 1) по исходной таблице значений X и Y вычислить средние значения, средние квадратичные отклонения, ковариацию, коэффициент корреляции;
- 2) проверить гипотезу о существовании связи между случайными величинами X и Y ;
- 3) составить уравнения линий регрессии построить графики этих уравнений.

Пример. Дана таблица:

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0,25	0,37	0,44	0,55	0,60	0,62	0,68	0,70	0,73
Y	2,57	2,31	2,12	1,92	1,75	1,71	1,60	1,51	1,50
I	10	11	12	13	14	15	16	17	
X	0,75	0,82	0,84	0,87	0,88	0,90	0,95	1,00	
Y	1,41	1,33	1,31	1,25	1,20	1,19	1,15	1,00	

Определить коэффициент корреляции и составить уравнения регрессии.

Решение. Из таблицы получаем:

$$\sum_{i=1}^{17} X_i = 11,95, \quad \sum_{i=1}^{17} Y_i = 26,83, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i^2 = 9,1095$$

$$\sum_{i=1}^{17} Y_i^2 = 45,4127, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i Y_i = 17,3917.$$

Теперь находим

$$\begin{aligned}\bar{x} &= 11,95 / 17 = 0,7029, \quad \bar{y} = 26,28 / 17 = 1,5782; \\ \sigma_x^2 &= 9,1095 / 17 - (0,7029)^2 = 0,0418, \quad \sigma_x = 0,2042, \\ \sigma_y^2 &= 45,4127 / 17 - (1,5782)^2 = 0,1806, \quad \sigma_y = 0,4250; \\ c_{xy} &= 17,3917 / 17 - 0,7029 \cdot 1,5728 = -0,0863; \\ r_{xy} &= (-0,0863) / (0,2042 \cdot 0,4250) = -0,09943.\end{aligned}$$

Так как значение произведения $|r_{xy}| \cdot \sqrt{n-1} = 0,9943 \cdot 4 = 3,9772 > 3$, то связь достаточно обоснована.

Составим уравнения линии регрессии:

$$\bar{y}_x - 1,5782 = -\frac{0,9943 \cdot 0,4250}{0,2042}(x - 0,7029);$$

$$\bar{y}_x = -2,0695x + 3,0329;$$

$$\bar{x}_y - 0,7029 = -\frac{0,9943 \cdot 0,2042}{0,4250}(y - 1,5782);$$

$$\bar{x}_y = -0,4476y + 1,4566.$$

1. В результате 79 опытов получена корреляционная таблица величин X и Y. Целые числа, приведенные в таблице, являются кратностями значений соответствующих случайных точек. Так, например, точка, для которой $x=0,8$, $y=0,6$, имеет кратность 14, т.е. в результате 14 опытов значению $x=0,8$ соответственно значение $y=0,6$. Найти коэффициент корреляции и составить уравнения линий регрессии. (Таб.1)

Y \ X	0,5	0,6	0,7	0,8
0,5	0	2	0	8
0,6	0	4	2	9
0,7	2	12	3	1
0,8	21	14	0	0
0,9	1	0	0	0

Таб. 1

2. В таблицах 2 и 3 приведены значения величин X и Y. Определить коэффициент корреляции, составить уравнения и построить графики линий регрессии.

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	0	2	7	12	17	22	27	32	37	42
0	3	6								
1	25	108	44	8	2					
2	3	50	60	21	5	5				
3	1	11	33	32	13	2	3	1		
4		5	5	13	13	7	2			
5			1	2	12	6	3	2	1	
6		1		1			2	1		1
7			1	1				1		

Таб. 2

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	20	25	30	35	40
16	4	6			
26		8	10		
36			32	3	9
46			4	12	6
56				1	5

Таб. 3

3. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляционной таблице 4.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 Y	203	177	294	300	319	381	317	370	400	415
2	199	153	270	301	319	361	303	364	403	410
3	204	172	296	302	317	379	315	373	407	420
4	144	161	184	210	263	267	257	291	308	317
5	163	172	191	207	270	274	261	294	317	324
6	167	176	204	210	275	281	269	306	324	371
7	178	179	216	217	281	298	288	318	333	353
8	181	184	219	228	280	296	273	327	341	364
9	194	191	201	209	294	281	291	316	354	348
10	199	203	229	230	307	310	321	340	352	362

Расчетные задания по ТВ и МС.

Вариант 4.

Дана система случайных величин (X, Y) . Пусть в результате n испытаний получено n точек $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ (среди этих точек могут быть и кратные). Требуется вычислить коэффициент корреляции этой системы случайных величин.

Приняв во внимание закон больших чисел, при достаточно большом n в формулах для определения дисперсий и корреляции математические ожидания $M(X), M(Y)$ можно заменить средними арифметическими значениями соответствующих случайных величин. При этом имеют место следующие приближенные равенства:

$$M(X) \approx \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad M(Y) \approx \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

$$\sigma_x^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2; \quad \sigma_y^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2; \quad c_{xy} \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}.$$

Отсюда можно найти коэффициент корреляции по формуле

$$r_{xy} = \frac{c_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Если $|r_{xy}| \sqrt{n-1} \geq 3$, то связь между случайными величинами X и Y достаточно вероятна. Если связь между X и Y установлена, то линейное приближение $\bar{y}_x$ от x дается формулой линейной регрессии

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad \bar{y}_x = ax + b.$$

Аналогично выглядит линейное приближение $\bar{x}_y$

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_{xy} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}), \quad \bar{x}_y = cx + d.$$

Для построения уравнения регрессии необходимо:

- 1) по исходной таблице значений X и Y вычислить средние значения, средние квадратичные отклонения, ковариацию, коэффициент корреляции;
- 2) проверить гипотезу о существовании связи между случайными величинами X и Y ;
- 3) составить уравнения линий регрессии построить графики этих уравнений.

Пример. Дана таблица:

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0,25	0,37	0,44	0,55	0,60	0,62	0,68	0,70	0,73
Y	2,57	2,31	2,12	1,92	1,75	1,71	1,60	1,51	1,50
I	10	11	12	13	14	15	16	17	
X	0,75	0,82	0,84	0,87	0,88	0,90	0,95	1,00	
Y	1,41	1,33	1,31	1,25	1,20	1,19	1,15	1,00	

Определить коэффициент корреляции и составить уравнения регрессии.

Решение. Из таблицы получаем:

$$\sum_{i=1}^{17} X_i = 11,95, \quad \sum_{i=1}^{17} Y_i = 26,83, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i^2 = 9,1095$$

$$\sum_{i=1}^{17} Y_i^2 = 45,4127, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i Y_i = 17,3917.$$

Теперь находим

$$\bar{x} = 11,95 / 17 = 0,7029, \quad \bar{y} = 26,83 / 17 = 1,5782;$$

$$\sigma_x^2 = 9,1095 / 17 - (0,7029)^2 = 0,0418, \quad \sigma_x = 0,2042,$$

$$\sigma_y^2 = 45,4127 / 17 - (1,5782)^2 = 0,1806, \quad \sigma_y = 0,4250;$$

$$c_{xy} = 17,3917 / 17 - 0,7029 \cdot 1,5728 = -0,0863;$$

$$r_{xy} = (-0,0863) / (0,2042 \cdot 0,4250) = -0,9943.$$

Так как значение произведения $|r_{xy}| \cdot \sqrt{n-1} = 0,9943 \cdot 4 = 3,9772 > 3$, то связь достаточно обоснована.

Составим уравнения линии регрессии:

$$\bar{y}_x - 1,5782 = -\frac{0,9943 \cdot 0,4250}{0,2042} (x - 0,7029);$$

$$\bar{y}_x = -2,0695x + 3,0329;$$

$$\bar{x}_y - 0,7029 = -\frac{0,9943 \cdot 0,2042}{0,4250} (y - 1,5782);$$

$$\bar{x}_y = -0,4476y + 1,4566.$$

1. В результате 70 опытов получена корреляционная таблица величин X и Y . Целые числа, приведенные в таблице, являются кратностями значений соответствующих случайных точек. Так, например, точка, для которой $x=0,8$, $y=0,6$, имеет кратность 14, т.е. в результате 14 опытов значению $x=0,8$ соответственно значение $y=0,6$. Найти коэффициент корреляции и составить уравнения линий регрессии. (Таб.1)

$X \backslash Y$	0,5	0,6	0,7	0,8
0,5	0	2	0	8
0,6	0	4	2	0
0,7	2	12	3	1
0,8	21	14	0	0
0,9	1	0	0	0

Таб. 1

2. В таблицах 2 и 3 приведены значения величин X и Y . Определить коэффициент корреляции, составить уравнения и построить графики линий регрессии.

$X \backslash Y$	0	2	9	12	17	26	27	32	37	45
0	3	6								
1	25	108	44	8	2					
2	3	50	60	21	5	5				
3	1	11	33	32	13	2	3	1		
4		5	5	13	13	7	2			
5			1	2	12	6	3	2	1	
6		1		1			2	1		1
7			1	1				1		

Таб. 2

X \ Y	20	25	30	35	40
16	4	6			
26		8	10		
36			32	3	9
46			4	12	6
56				1	5

Таб. 3

3. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляционной таблице 4.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 Y	201	175	294	300	319	381	317	370	400	415
2	197	153	270	301	319	361	303	364	403	410
3	204	172	296	302	317	379	315	373	407	420
4	144	161	184	210	263	267	257	291	308	317
5	163	172	191	207	270	274	261	294	317	324
6	167	176	204	210	275	281	269	306	324	371
7	178	179	216	217	281	298	288	318	333	353
8	181	184	219	228	280	296	273	327	341	364
9	194	191	201	209	294	281	291	316	354	348
10	199	203	229	230	307	310	321	340	352	362

Расчетные задания по ТВ и МС.

Вариант 5.

Дана система случайных величин (X, Y) . Пусть в результате n испытаний получено n точек $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ (среди этих точек могут быть и кратные). Требуется вычислить коэффициент корреляции этой системы случайных величин.

Приняв во внимание закон больших чисел, при достаточно большом n в формулах для определения дисперсий и корреляции математические ожидания $M(X), M(Y)$ можно заменить средними арифметическими значениями соответствующих случайных величин. При этом имеют место следующие приближенные равенства:

$$M(X) \approx \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad M(Y) \approx \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

$$\sigma_x^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2; \quad \sigma_y^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2; \quad c_{xy} \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}.$$

Отсюда можно найти коэффициент корреляции по формуле

$$r_{xy} = \frac{c_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Если $|r_{xy}| \sqrt{n-1} \geq 3$, то связь между случайными величинами X и Y достаточно вероятна. Если связь между X и Y установлена, то линейное приближение $\bar{y}_x$ от x дается формулой линейной регрессии

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad \bar{y}_x = ax + b.$$

Аналогично выглядит линейное приближение $\bar{x}_y$

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_{xy} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}), \quad \bar{x}_y = cx + d.$$

Для построения уравнения регрессии необходимо:

- 4) по исходной таблице значений X и Y вычислить средние значения, средние квадратичные отклонения, ковариацию, коэффициент корреляции;
- 5) проверить гипотезу о существовании связи между случайными величинами X и Y ;
- 6) составить уравнения линий регрессии построить графики этих уравнений.

Пример. Дана таблица:

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0,25	0,37	0,44	0,55	0,60	0,62	0,68	0,70	0,73
Y	2,57	2,31	2,12	1,92	1,75	1,71	1,60	1,51	1,50
I	10	11	12	13	14	15	16	17	
X	0,75	0,82	0,84	0,87	0,88	0,90	0,95	1,00	
Y	1,41	1,33	1,31	1,25	1,20	1,19	1,15	1,00	

Определить коэффициент корреляции и составить уравнения регрессии.

Решение. Из таблицы получаем:

$$\sum_{i=1}^{17} X_i = 11,95, \quad \sum_{i=1}^{17} Y_i = 26,83, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i^2 = 9,1095$$

$$\sum_{i=1}^{17} Y_i^2 = 45,4127, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i Y_i = 17,3917.$$

Теперь находим

$$\bar{x} = 11,95 / 17 = 0,7029, \quad \bar{y} = 26,28 / 17 = 1,5782;$$

$$\sigma_x^2 = 9,1095 / 17 - (0,7029)^2 = 0,0418, \quad \sigma_x = 0,2042,$$

$$\sigma_y^2 = 45,4127 / 17 - (1,5782)^2 = 0,1806, \quad \sigma_y = 0,4250;$$

$$c_{xy} = 17,3917 / 17 - 0,7029 \cdot 1,5728 = -0,0863;$$

$$r_{xy} = (-0,0863) / (0,2042 \cdot 0,4250) = -0,09943.$$

Так как значение произведения $|r_{xy}| \cdot \sqrt{n-1} = 0,9943 \cdot 4 = 3,9772 > 3$, то связь достаточно обоснована.

Составим уравнения линии регрессии:

$$\bar{y}_x - 1,5782 = -\frac{0,9943 \cdot 0,4250}{0,2042} (x - 0,7029);$$

$$\bar{y}_x = -2,0695x + 3,0329;$$

$$\bar{x}_y - 0,7029 = -\frac{0,9943 \cdot 0,2042}{0,4250} (y - 1,5782);$$

$$\bar{x}_y = -0,4476y + 1,4566.$$

1. В результате 79 опытов получена корреляционная таблица величин X и Y. Целые числа, приведенные в таблице, являются кратностями значений соответствующих случайных точек. Так, например, точка, для которой $x=0,8$, $y=0,6$, имеет кратность 14, т.е. в результате 14 опытов значению $x=0,8$ соответственно значению $y=0,6$. Найти коэффициент корреляции и составить уравнения линий регрессии. (Таб.1)

Y \ X	0,5	0,6	0,7	0,8
0,5	0	2	0	8
0,6	0	4	2	9
0,7	2	12	3	1
0,8	21	14	0	0
0,9	1	0	0	0

Таб. 1

2. В таблицах 2 и 3 приведены значения величин X и Y. Определить коэффициент корреляции, составить уравнения и построить графики линий регрессии.

Y \ X	0	2	7	12	17	22	27	32	37	42
0	3	6								
1	25	108	44	8	2					
2	3	50	60	21	5	5				
3	1	11	33	32	13	2	3	1		
4		5	5	13	13	7	2			
5			1	2	12	6	3	2	1	
6		1		1			2	1		1
7			1	1				1		

Таб. 2

Y \ X	20	25	30	35	40
16	4	6			
26		8	10		
36			32	3	9
46			4	12	6
56				1	5

Таб. 3

3. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляционной таблице 4.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 Y	201	175	294	300	319	381	317	370	400	415
2	197	153	270	301	319	361	303	364	403	410
3	204	172	296	302	317	379	315	373	407	420
4	144	161	184	210	263	267	257	291	308	317
5	163	172	191	207	270	274	261	294	317	324
6	167	176	204	210	275	281	269	306	324	371

7	178	179	216	217	281	298	288	318	333	353
8	181	184	219	228	280	296	273	327	341	364
9	194	191	201	209	294	281	291	316	354	348
10	199	203	229	230	307	310	321	340	352	362

Расчетные задания по ТВ и МС.

Вариант 6.

Дана система случайных величин (X, Y) . Пусть в результате n испытаний получено n точек $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ (среди этих точек могут быть и кратные). Требуется вычислить коэффициент корреляции этой системы случайных величин.

Приняв во внимание закон больших чисел, при достаточно большом n в формулах для определения дисперсий и корреляции математические ожидания $M(X), M(Y)$ можно заменить средними арифметическими значениями соответствующих случайных величин. При этом имеют место следующие приближенные равенства:

$$M(X) \approx \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad M(Y) \approx \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

$$\sigma_x^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2; \quad \sigma_y^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2; \quad c_{xy} \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}.$$

Отсюда можно найти коэффициент корреляции по формуле

$$r_{xy} = \frac{c_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Если $|r_{xy}| \sqrt{n-1} \geq 3$, то связь между случайными величинами X и Y достаточно вероятна. Если связь между X и Y установлена, то линейное приближение $\bar{y}_x$ от x дается формулой линейной регрессии

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad \bar{y}_x = ax + b.$$

Аналогично выглядит линейное приближение $\bar{x}_y$

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_{xy} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}), \quad \bar{x}_y = cx + d.$$

Для построения уравнения регрессии необходимо:

- 4) по исходной таблице значений X и Y вычислить средние значения, средние квадратичные отклонения, ковариацию, коэффициент корреляции;
- 5) проверить гипотезу о существовании связи между случайными величинами X и Y ;
- 6) составить уравнения линий регрессии построить графики этих уравнений.

Пример. Дана таблица:

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0,25	0,37	0,44	0,55	0,60	0,62	0,68	0,70	0,73
Y	2,57	2,31	2,12	1,92	1,75	1,71	1,60	1,51	1,50
I	10	11	12	13	14	15	16	17	
X	0,75	0,82	0,84	0,87	0,88	0,90	0,95	1,00	
Y	1,41	1,33	1,31	1,25	1,20	1,19	1,15	1,00	

Определить коэффициент корреляции и составить уравнения регрессии.

Решение. Из таблицы получаем:

$$\sum_{i=1}^{17} X_i = 11,95, \quad \sum_{i=1}^{17} Y_i = 26,83, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i^2 = 9,1095$$

$$\sum_{i=1}^{17} Y_i^2 = 45,4127, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i Y_i = 17,3917.$$

Теперь находим

$$\bar{x} = 11,95 / 17 = 0,7029, \quad \bar{y} = 26,83 / 17 = 1,5782;$$

$$\sigma_x^2 = 9,1095 / 17 - (0,7029)^2 = 0,0418, \quad \sigma_x = 0,2042,$$

$$\sigma_y^2 = 45,4127 / 17 - (1,5782)^2 = 0,1806, \quad \sigma_y = 0,4250;$$

$$c_{xy} = 17,3917 / 17 - 0,7029 \cdot 1,5728 = -0,0863;$$

$$r_{xy} = (-0,0863) / (0,2042 \cdot 0,4250) = -0,9943.$$

Так как значение произведения $|r_{xy}| \cdot \sqrt{n-1} = 0,9943 \cdot 4 = 3,9772 > 3$, то связь достаточно обоснована.

Составим уравнения линии регрессии:

$$\bar{y}_x - 1,5782 = -\frac{0,9943 \cdot 0,4250}{0,2042}(x - 0,7029);$$

$$\bar{y}_x = -2,0695x + 3,0329;$$

$$\bar{x}_y - 0,7029 = -\frac{0,9943 \cdot 0,2042}{0,4250}(y - 1,5782);$$

$$\bar{x}_y = -0,4476y + 1,4566.$$

1. В результате 80 опытов получена корреляционная таблица величин X и Y. Целые числа, приведенные в таблице, являются кратностями значений соответствующих случайных точек. Так, например, точка, для которой $x=0,8$, $y=0,6$, имеет кратность 14, т.е. в результате 14 опытов значению $x=0,8$ соответственно значению $y=0,6$. Найти коэффициент корреляции и составить уравнения линий регрессии. (Таб.1)

X \ Y	0,5	0,6	0,7	0,8
0,5	0	2	0	8
0,6	0	4	2	9
0,7	2	12	3	2
0,8	21	14	0	0
0,9	1	0	0	0

Таб. 1

2. В таблицах 2 и 3 приведены значения величин X и Y. Определить коэффициент корреляции, составить уравнения и построить графики линий регрессии.

X \ Y	0	1	7	14	17	23	27	32	37	42
0	3	6								
1	25	108	44	8	2					
2	3	50	60	21	5	5				

3	1	11	33	32	13	2	3	1		
4		5	5	13	13	7	2			
5			1	2	12	6	3	2	1	
6		1		1			2	1		1
7			1	1				1		

Таб. 2

X \ Y	25	30	35	40	45
16	4	6			
26		8	10		
36			32	3	9
46			4	12	6
56				1	5

Таб. 3

3. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляционной таблице 4.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 Y	201	175	294	300	319	381	317	370	400	415
2	197	153	270	301	319	361	303	364	403	410
3	204	172	296	302	317	379	315	373	407	420
4	144	161	184	210	263	267	257	291	308	317
5	163	172	191	207	270	274	261	294	317	324
6	167	176	204	210	275	281	269	306	324	371
7	178	179	216	217	281	298	288	318	333	353
8	181	184	219	228	280	296	273	327	341	364
9	194	191	201	209	294	281	291	316	354	348
10	199	203	229	230	307	310	321	340	352	362

Расчетные задания по ТВ и МС.

Вариант 7.

Дана система случайных величин (X, Y) . Пусть в результате n испытаний получено n точек $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ (среди этих точек могут быть и кратные). Требуется вычислить коэффициент корреляции этой системы случайных величин.

Приняв во внимание закон больших чисел, при достаточно большом n в формулах для определения дисперсий и корреляции математические ожидания $M(X), M(Y)$ можно заменить средними арифметическими значениями соответствующих случайных величин. При этом имеют место следующие приближенные равенства:

$$M(X) \approx \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad M(Y) \approx \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

$$\sigma_x^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2; \quad \sigma_y^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2; \quad c_{xy} \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}.$$

Отсюда можно найти коэффициент корреляции по формуле

$$r_{xy} = \frac{c_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Если $|r_{xy}| \sqrt{n-1} \geq 3$, то связь между случайными величинами X и Y достаточно вероятна. Если связь между X и Y установлена, то линейное приближение $\bar{y}_x$ от x дается формулой линейной регрессии

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad \bar{y}_x = ax + b.$$

Аналогично выглядит линейное приближение $\bar{x}_y$

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_{xy} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}), \quad \bar{x}_y = cx + d.$$

Для построения уравнения регрессии необходимо:

- 4) по исходной таблице значений X и Y вычислить средние значения, средние квадратичные отклонения, ковариацию, коэффициент корреляции;
- 5) проверить гипотезу о существовании связи между случайными величинами X и Y ;
- 6) составить уравнения линий регрессии построить графики этих уравнений.

Пример. Дана таблица:

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0,25	0,37	0,44	0,55	0,60	0,62	0,68	0,70	0,73

Y	2,57	2,31	2,12	1,92	1,75	1,71	1,60	1,51	1,50
I	10	11	12	13	14	15	16	17	
X	0,75	0,82	0,84	0,87	0,88	0,90	0,95	1,00	
Y	1,41	1,33	1,31	1,25	1,20	1,19	1,15	1,00	

Определить коэффициент корреляции и составить уравнения регрессии.

Решение. Из таблицы получаем:

$$\sum_{i=1}^{17} X_i = 11,95, \quad \sum_{i=1}^{17} Y_i = 26,83, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i^2 = 9,1095$$

$$\sum_{i=1}^{17} Y_i^2 = 45,4127, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i Y_i = 17,3917.$$

Теперь находим

$$\bar{x} = 11,95 / 17 = 0,7029, \quad \bar{y} = 26,83 / 17 = 1,5782;$$

$$\sigma_x^2 = 9,1095 / 17 - (0,7029)^2 = 0,0418, \quad \sigma_x = 0,2042,$$

$$\sigma_y^2 = 45,4127 / 17 - (1,5782)^2 = 0,1806, \quad \sigma_y = 0,4250;$$

$$c_{xy} = 17,3917 / 17 - 0,7029 \cdot 1,5728 = -0,0863;$$

$$r_{xy} = (-0,0863) / (0,2042 \cdot 0,4250) = -0,9943.$$

Так как значение произведения $|r_{xy}| \cdot \sqrt{n-1} = 0,9943 \cdot 4 = 3,9772 > 3$, то связь достаточно обоснована.

Составим уравнения линии регрессии:

$$\bar{y}_x - 1,5782 = -\frac{0,9943 \cdot 0,4250}{0,2042} (x - 0,7029);$$

$$\bar{y}_x = -2,0695x + 3,0329;$$

$$\bar{x}_y - 0,7029 = -\frac{0,9943 \cdot 0,2042}{0,4250} (y - 1,5782);$$

$$\bar{x}_y = -0,4476y + 1,4566.$$

1. В результате 100 опытов получена корреляционная таблица величин X и Y . Целые числа, приведенные в таблице, являются кратностями значений соответствующих случайных точек. Так, например, точка, для которой $x=0,8$, $y=0,6$, имеет кратность 14, т.е. в результате 14 опытов значению $x=0,8$ соответственно значение $y=0,6$. Найти коэффициент корреляции и составить уравнения линий регрессии. (Таб.1)

$X \backslash Y$	0,5	0,6	0,7	0,8
0,5	0	2	0	8
0,6	0	4	2	9
0,7	2	12	3	11
0,8	21	14	0	0
0,9	10	2	0	0

Таб. 1

2. В таблицах 2 и 3 приведены значения величин X и Y . Определить коэффициент корреляции, составить уравнения и построить графики линий регрессии.

$X \backslash Y$	0	1	7	10	17	22	27	32	37	42
0	3	6								
1	25	108	44	8	2					
2	3	50	60	21	5	5				
3	1	11	33	32	13	2	3	1		
4		5	5	13	13	7	2			
5			1	2	12	6	3	2	1	
6		1		1			2	1		1
7			1	1				1		

Таб. 2

X \ Y	10	15	20	25	30
16	4	6			
26		8	10		
36			32	3	9
46			4	12	6
56				1	5

Таб. 3

3. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляционной таблице 4.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 Y	200	179	294	300	319	381	317	370	400	415
2	198	153	270	301	319	361	303	364	403	410
3	204	172	296	302	317	379	315	373	407	420
4	144	161	184	210	263	267	257	291	308	317
5	163	172	191	207	270	274	261	294	317	324
6	167	176	204	210	275	281	269	306	324	371
7	178	179	216	217	281	298	288	318	333	353
8	181	184	219	228	280	296	273	327	341	364
9	194	191	201	209	294	281	291	316	354	348
10	199	203	229	230	307	310	321	340	352	362

Расчетные задания по ТВ и МС.

Вариант 8.

Дана система случайных величин (X, Y) . Пусть в результате n испытаний получено n точек $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ (среди этих точек могут быть и кратные). Требуется вычислить коэффициент корреляции этой системы случайных величин.

Приняв во внимание закон больших чисел, при достаточно большом n в формулах для определения дисперсий и корреляции математические ожидания $M(X), M(Y)$ можно заменить средними арифметическими значениями соответствующих случайных величин. При этом имеют место следующие приближенные равенства:

$$M(X) \approx \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad M(Y) \approx \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

$$\sigma_x^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2; \quad \sigma_y^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2; \quad c_{xy} \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}.$$

Отсюда можно найти коэффициент корреляции по формуле

$$r_{xy} = \frac{c_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Если $|r_{xy}| \sqrt{n-1} \geq 3$, то связь между случайными величинами X и Y достаточно вероятна. Если связь между X и Y установлена, то линейное приближение $\bar{y}_x$ от x дается формулой линейной регрессии

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad \bar{y}_x = ax + b.$$

Аналогично выглядит линейное приближение $\bar{x}_y$

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_{xy} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}), \quad \bar{x}_y = cx + d.$$

Для построения уравнения регрессии необходимо:

- 4) по исходной таблице значений X и Y вычислить средние значения, средние квадратичные отклонения, ковариацию, коэффициент корреляции;
- 5) проверить гипотезу о существовании связи между случайными величинами X и Y ;
- 6) составить уравнения линий регрессии построить графики этих уравнений.

Пример. Дана таблица:

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0,25	0,37	0,44	0,55	0,60	0,62	0,68	0,70	0,73
Y	2,57	2,31	2,12	1,92	1,75	1,71	1,60	1,51	1,50
I	10	11	12	13	14	15	16	17	
X	0,75	0,82	0,84	0,87	0,88	0,90	0,95	1,00	
Y	1,41	1,33	1,31	1,25	1,20	1,19	1,15	1,00	

Определить коэффициент корреляции и составить уравнения регрессии.

Решение. Из таблицы получаем:

$$\sum_{i=1}^{17} X_i = 11,95, \quad \sum_{i=1}^{17} Y_i = 26,83, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i^2 = 9,1095$$

$$\sum_{i=1}^{17} Y_i^2 = 45,4127, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i Y_i = 17,3917.$$

Теперь находим

$$\bar{x} = 11,95 / 17 = 0,7029, \quad \bar{y} = 26,83 / 17 = 1,5782;$$

$$\sigma_x^2 = 9,1095 / 17 - (0,7029)^2 = 0,0418, \quad \sigma_x = 0,2042,$$

$$\sigma_y^2 = 45,4127 / 17 - (1,5782)^2 = 0,1806, \quad \sigma_y = 0,4250;$$

$$c_{xy} = 17,3917 / 17 - 0,7029 \cdot 1,5728 = -0,0863;$$

$$r_{xy} = (-0,0863) / (0,2042 \cdot 0,4250) = -0,09943.$$

Так как значение произведения $|r_{xy}| \cdot \sqrt{n-1} = 0,9943 \cdot 4 = 3,9772 > 3$, то связь достаточно обоснована.

Составим уравнения линии регрессии:

$$\bar{y}_x - 1,5782 = -\frac{0,9943 \cdot 0,4250}{0,2042} (x - 0,7029);$$

$$\bar{y}_x = -2,0695x + 3,0329;$$

$$\bar{x}_y - 0,7029 = -\frac{0,9943 \cdot 0,2042}{0,4250} (y - 1,5782);$$

$$\bar{x}_y = -0,4476y + 1,4566.$$

1. В результате 79 опытов получена корреляционная таблица величин X и Y . Целые числа, приведенные в таблице, являются кратностями значений соответствующих случайных точек. Так, например, точка, для которой $x=0,8$, $y=0,6$, имеет кратность 14, т.е. в результате 14 опытов значению $x=0,8$ соответственно значению $y=0,6$. Найти коэффициент корреляции и составить уравнения линий регрессии. (Таб.1)

$X \backslash Y$	0,5	0,6	0,7	0,8
0,5	0	2	0	8
0,6	0	4	2	9
0,7	2	12	3	1
0,8	21	14	0	0
0,9	1	0	0	0

Таб. 1

2. В таблицах 2 и 3 приведены значения величин X и Y. Определить коэффициент корреляции, составить уравнения и построить графики линий регрессии.

Y X	0	2	7	12	17	22	27	32	37	42
0	3	6								
1	25	108	44	8	2					
2	3	50	60	21	5	5				
3	1	11	33	32	13	2	3	1		
4		5	5	13	13	7	2			
5			1	2	12	6	3	2	1	
6		1		1			2	1		1
7			1	1				1		

Таб. 2

Y X	20	25	30	35	40
16	4	6			
26		8	10		
36			32	3	9
46			4	12	6
56				1	5

Таб. 3

3. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляционной таблице 4.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 Y	203	177	294	300	319	381	317	370	400	415
2	199	153	270	301	319	361	303	364	403	410
3	204	172	296	302	317	379	315	373	407	420
4	144	161	184	210	263	267	257	291	308	317
5	163	172	191	207	270	274	261	294	317	324

6	167	176	204	210	275	281	269	306	324	371
7	178	179	216	217	281	298	288	318	333	353
8	181	184	219	228	280	296	273	327	341	364
9	194	191	201	209	294	281	291	316	354	348
10	199	203	229	230	307	310	321	340	352	362

Расчетные задания по ТВ и МС.

Вариант 9.

Дана система случайных величин (X, Y) . Пусть в результате n испытаний получено n точек $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ (среди этих точек могут быть и кратные). Требуется вычислить коэффициент корреляции этой системы случайных величин.

Приняв во внимание закон больших чисел, при достаточно большом n в формулах для определения дисперсий и корреляции математические ожидания $M(X), M(Y)$ можно заменить средними арифметическими значениями соответствующих случайных величин. При этом имеют место следующие приближенные равенства:

$$M(X) \approx \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad M(Y) \approx \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

$$\sigma_x^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2; \quad \sigma_y^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2; \quad c_{xy} \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}.$$

Отсюда можно найти коэффициент корреляции по формуле

$$r_{xy} = \frac{c_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Если $|r_{xy}| \sqrt{n-1} \geq 3$, то связь между случайными величинами X и Y достаточно вероятна. Если связь между X и Y установлена, то линейное приближение $\bar{y}_x$ от x дается формулой линейной регрессии

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad \bar{y}_x = ax + b.$$

Аналогично выглядит линейное приближение $\bar{x}_y$

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_{xy} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}), \quad \bar{x}_y = cx + d.$$

Для построения уравнения регрессии необходимо:

- по исходной таблице значений X и Y вычислить средние значения, средние квадратичные отклонения, ковариацию, коэффициент корреляции;

- 5) проверить гипотезу о существовании связи между случайными величинами X и Y ;
- 6) составить уравнения линий регрессии построить графики этих уравнений.

Пример. Дана таблица:

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0,25	0,37	0,44	0,55	0,60	0,62	0,68	0,70	0,73
Y	2,57	2,31	2,12	1,92	1,75	1,71	1,60	1,51	1,50
I	10	11	12	13	14	15	16	17	
X	0,75	0,82	0,84	0,87	0,88	0,90	0,95	1,00	
Y	1,41	1,33	1,31	1,25	1,20	1,19	1,15	1,00	

Определить коэффициент корреляции и составить уравнения регрессии.

Решение. Из таблицы получаем:

$$\sum_{i=1}^{17} X_i = 11,95, \quad \sum_{i=1}^{17} Y_i = 26,83, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i^2 = 9,1095$$

$$\sum_{i=1}^{17} Y_i^2 = 45,4127, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i Y_i = 17,3917.$$

Теперь находим

$$\bar{x} = 11,95 / 17 = 0,7029, \quad \bar{y} = 26,83 / 17 = 1,5782;$$

$$\sigma_x^2 = 9,1095 / 17 - (0,7029)^2 = 0,0418, \quad \sigma_x = 0,2042,$$

$$\sigma_y^2 = 45,4127 / 17 - (1,5782)^2 = 0,1806, \quad \sigma_y = 0,4250;$$

$$c_{xy} = 17,3917 / 17 - 0,7029 \cdot 1,5728 = -0,0863;$$

$$r_{xy} = (-0,0863) / (0,2042 \cdot 0,4250) = -0,9943.$$

Так как значение произведения $|r_{xy}| \cdot \sqrt{n-1} = 0,9943 \cdot 4 = 3,9772 > 3$, то связь достаточно обоснована.

Составим уравнения линии регрессии:

$$\bar{y}_x - 1,5782 = -\frac{0,9943 \cdot 0,4250}{0,2042} (x - 0,7029);$$

$$\bar{y}_x = -2,0695x + 3,0329;$$

$$\bar{x}_y - 0,7029 = -\frac{0,9943 \cdot 0,2042}{0,4250} (y - 1,5782);$$

$$\bar{x}_y = -0,4476y + 1,4566.$$

1. В результате 70 опытов получена корреляционная таблица величин X и Y . Целые числа, приведенные в таблице, являются кратностями значений соответствующих случайных точек. Так, например, точка, для которой $x=0,8$, $y=0,6$, имеет кратность 14, т.е. в результате 14 опытов значению $x=0,8$ соответственно значение $y=0,6$. Найти коэффициент корреляции и составить уравнения линий регрессии. (Таб.1)

$X \backslash Y$	0,5	0,6	0,7	0,8
0,5	0	2	0	8
0,6	0	4	2	0
0,7	2	12	3	1
0,8	21	14	0	0
0,9	1	0	0	0

Таб. 1

2. В таблицах 2 и 3 приведены значения величин X и Y . Определить коэффициент корреляции, составить уравнения и построить графики линий регрессии.

$X \backslash Y$	0	2	9	12	17	26	27	32	37	45
0	3	6								
1	25	108	44	8	2					
2	3	50	60	21	5	5				
3	1	11	33	32	13	2	3	1		
4		5	5	13	13	7	2			
5			1	2	12	6	3	2	1	
6		1		1			2	1		1
7			1	1				1		

Таб. 2

X \ Y	20	25	30	35	40
16	4	6			
26		8	10		
36			32	3	9
46			4	12	6
56				1	5

Таб. 3

3. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляционной таблице 4.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 Y	201	175	294	300	319	381	317	370	400	415
2	197	153	270	301	319	361	303	364	403	410
3	204	172	296	302	317	379	315	373	407	420
4	144	161	184	210	263	267	257	291	308	317
5	163	172	191	207	270	274	261	294	317	324
6	167	176	204	210	275	281	269	306	324	371
7	178	179	216	217	281	298	288	318	333	353
8	181	184	219	228	280	296	273	327	341	364
9	194	191	201	209	294	281	291	316	354	348
10	199	203	229	230	307	310	321	340	352	362

Расчетные задания по ТВ и МС.

Вариант 10.

Дана система случайных величин (X, Y) . Пусть в результате n испытаний получено n точек $(x_1; y_1), (x_2; y_2), \dots, (x_n; y_n)$ (среди этих точек могут быть и кратные). Требуется вычислить коэффициент корреляции этой системы случайных величин.

Приняв во внимание закон больших чисел, при достаточно большом n в формулах для определения дисперсий и корреляции математические ожидания $M(X), M(Y)$ можно заменить средними арифметическими значениями соответствующих случайных величин. При этом имеют место следующие приближенные равенства:

$$M(X) \approx \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}; \quad M(Y) \approx \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n},$$

$$\sigma_x^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2; \quad \sigma_y^2 \approx \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2}{n} - \bar{y}^2; \quad c_{xy} \approx \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i}{n} - \bar{x} \bar{y}.$$

Отсюда можно найти коэффициент корреляции по формуле

$$r_{xy} = \frac{c_{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Если $|r_{xy}| \sqrt{n-1} \geq 3$, то связь между случайными величинами X и Y достаточно вероятна. Если связь между X и Y установлена, то линейное приближение $\bar{y}_x$ от x дается формулой линейной регрессии

$$\bar{y}_x - \bar{y} = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x}), \quad \bar{y}_x = ax + b.$$

Аналогично выглядит линейное приближение $\bar{x}_y$

$$\bar{x}_y - \bar{x} = r_{xy} \frac{\sigma_x}{\sigma_y} (y - \bar{y}), \quad \bar{x}_y = cx + d.$$

Для построения уравнения регрессии необходимо:

- 1) по исходной таблице значений X и Y вычислить средние значения, средние квадратичные отклонения, ковариацию, коэффициент корреляции;
- 2) проверить гипотезу о существовании связи между случайными величинами X и Y ;
- 3) составить уравнения линий регрессии построить графики этих уравнений.

Пример. Дана таблица:

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X	0,25	0,37	0,44	0,55	0,60	0,62	0,68	0,70	0,73
Y	2,57	2,31	2,12	1,92	1,75	1,71	1,60	1,51	1,50
I	10	11	12	13	14	15	16	17	
X	0,75	0,82	0,84	0,87	0,88	0,90	0,95	1,00	
Y	1,41	1,33	1,31	1,25	1,20	1,19	1,15	1,00	

Определить коэффициент корреляции и составить уравнения регрессии.

Решение. Из таблицы получаем:

$$\sum_{i=1}^{17} X_i = 11,95, \quad \sum_{i=1}^{17} Y_i = 26,83, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i^2 = 9,1095$$

$$\sum_{i=1}^{17} Y_i^2 = 45,4127, \quad \sum_{i=1}^{17} X_i Y_i = 17,3917.$$

Теперь находим

$$\bar{x} = 11,95 / 17 = 0,7029, \quad \bar{y} = 26,28 / 17 = 1,5782;$$

$$\sigma_x^2 = 9,1095 / 17 - (0,7029)^2 = 0,0418, \quad \sigma_x = 0,2042,$$

$$\sigma_y^2 = 45,4127 / 17 - (1,5782)^2 = 0,1806, \quad \sigma_y = 0,4250;$$

$$c_{xy} = 17,3917 / 17 - 0,7029 \cdot 1,5728 = -0,0863;$$

$$r_{xy} = (-0,0863) / (0,2042 \cdot 0,4250) = -0,09943.$$

Так как значение произведения $|r_{xy}| \cdot \sqrt{n-1} = 0,9943 \cdot 4 = 3,9772 > 3$, то связь достаточно обоснована.

Составим уравнения линии регрессии:

$$\bar{y}_x - 1,5782 = -\frac{0,9943 \cdot 0,4250}{0,2042} (x - 0,7029);$$

$$\bar{y}_x = -2,0695x + 3,0329;$$

$$\bar{x}_y - 0,7029 = -\frac{0,9943 \cdot 0,2042}{0,4250} (y - 1,5782);$$

$$\bar{x}_y = -0,4476y + 1,4566.$$

1. В результате 80 опытов получена корреляционная таблица величин X и Y. Целые числа, приведенные в таблице, являются кратностями значений соответствующих случайных точек. Так, например, точка, для которой $x=0,8$, $y=0,6$, имеет кратность 14, т.е. в результате 14 опытов значению $x=0,8$ соответственно значению $y=0,6$. Найти коэффициент корреляции и составить уравнения линий регрессии. (Таб.1)

Y \ X	0,5	0,6	0,7	0,8
0,5	0	2	0	8
0,6	0	4	2	0
0,7	2	12	3	11
0,8	21	14	0	0
0,9	1	0	0	0

Таб. 1

2. В таблицах 2 и 3 приведены значения величин X и Y. Определить коэффициент корреляции, составить уравнения и построить графики линий регрессии.

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	0	2	9	12	17	26	27	32	37	45
0	3	6								
1	25	108	44	8	2					
2	3	50	60	21	5	5				
3	1	11	33	32	13	2	3	1		
4		5	5	13	13	7	2			
5			1	2	12	6	3	2	1	
6		1		1			2	1		1
7			1	1				1		

Таб. 2

$\begin{matrix} Y \\ X \end{matrix}$	20	25	30	35	40
16	4	6			
26		8	10		
36			32	3	9
46			4	12	6
56				1	5

Таб. 3

3. Найти выборочное уравнение прямой линии регрессии Y на X по данным, приведенным в корреляционной таблице 4.

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1 Y	201	175	294	300	319	381	317	370	400	415
2	197	153	270	301	319	361	303	364	403	410
3	204	172	296	302	317	379	315	373	407	420
4	144	161	184	210	263	267	257	291	308	317
5	163	172	191	207	270	274	261	294	317	324
6	167	176	204	210	275	281	269	306	324	371
7	178	179	216	217	281	298	288	318	333	353
8	181	184	219	228	280	296	273	327	341	364
9	194	191	201	209	294	281	291	316	354	348
10	199	203	229	230	307	310	321	340	352	362

Контрольная работа.

Теория вероятностей, случайные процессы и математическая статистика(раздел 6, темы 6.1-6.8).

Контролируемые компетенции (код компетенции, наименование компетенции, ИДК, наименование ИДК).

УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода. Вырабатывать стратегию действий.

УК-1.3.1 Фундаментальные статистические законы для формирований основных направлений развития научных методик обработки полученных результатов.

УК-1.У.1 Анализировать с помощью теории случайных процессов результатов прямой задачи (анализа) и обратной задачи (синтеза).

УК-1.В.1 Полученными теоретическими знаниями элементов корреляционного анализа для правильного системного подхода и анализа необходимых стратегий при подготовке и проведении практических экспериментов.

Вариант 1.

1. Найти математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайной функции $X(t) = Ut + Vt^2$, где $M(U) = 4$, $M(V) = 7$, $D(U) = 0,1$ $D(V) = 2$.
 U и V некоррелированные величины.
2. Задано математическое ожидание $m_x(t) = t^2 + 2t + 1$ случайной функции $X(t)$. Найти математическое ожидание её производной.
3. Дана случайная функция $X(t) = \cos(t + \varphi)$, где φ случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(0, 2\pi)$. Доказать, что $X(t)$ – стационарная функция.
4. Показать, что абсолютная величина корреляционной функции стационарной случайной функции не превышает ее значения в начале координат: $|k_x(\tau)| \leq k_x(0)$.

Контрольная работа.

Вариант 2.

1. Найти математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайной функции $X(t) = Ut + Vt^2$, где $M(U) = 2$, $M(V) = 5$, $D(U) = 0,1$ $D(V) = 2$.
 U и V некоррелированные величины.
2. Задано математическое ожидание $m_x(t) = t^2 + 1$ случайной функции $X(t)$. Найти математическое ожидание её производной.
3. Дана случайная функция $X(t) = \cos(2t + \varphi)$, где φ случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(0, 2\pi)$. Доказать, что $X(t)$ – стационарная функция.
4. Показать, что абсолютная величина корреляционной функции стационарной случайной функции не превышает ее значения в начале координат: $|k_x(\tau)| \leq k_x(0)$.

10.05.03

УК-1. Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий

1.3.1 Фундаментальные статистические законы для формирования основных направлений развития научных методик обработки полученных результатов подхода, вырабатывать стратегию действий

УК-1.У.1 Анализировать с помощью теории случайных процессов результатов прямой задачи (анализа) и обратной задачи (синтеза).

УК-1.В.1 Полученными теоретическими знаниями элементов корреляционного анализа для правильного системного подхода и анализа необходимых стратегий при подготовке и проведении практических экспериментов.

Тест

1. Прочитайте тест и выберите правильный ответ. Запишите цифру правильного ответа.

Задача. Медиана вариационного ряда 11, 13, 13, 14, 15, x_6 , 18, 19,

21, 24, 25, 25 равна 17. Тогда значение варианты x_6 равно:

1) 16; 2) 17; 3) 18; 4) 15.

2. Прочитайте тест и выберите правильный ответ. Запишите цифру правильного ответа.

Задача. Размах варьирования вариационного ряда 3, 4, 4, 4, 5, 7, 8,

10, 11, 12, 14, 14 равен:

1) 11; 2) 4; 3) 9; 4) 17.

3. Прочитайте текст и установите последовательность этапов проверки статистической гипотезы:

1. расчет наблюдаемого значения критерия
 2. формулировка нулевой и альтернативной гипотез
 3. сравнение с критическим значением и вывод
 4. выбор уровня значимости и критической области
- Запишите соответствующую последовательность цифр слева направо.

4. Прочитайте тест и запишите развернутый обоснованный ответ.

Задача. Мода вариационного ряда 1, 1, 2, 2, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 5, x_i , 7, 7,

7, 8, 8, 10, 11_равна 5. Тогда значение x_i равно: _

1) 5; 2) 6; 3) 19; 4) 7.

5.Прочитайте текст. Выберите один или несколько правильных ответов.

Виды зависимостей между случайными величинами.

- 1) Функциональная;
- 2) Статистическая;
- 3) Корреляционная;
- 4) Допусковая.

6. Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ.

Задано распределение вероятностей дискретной двумерной случайной величины:

X \ Y	3	10	12
4	0,17	0,13	0,25
5	0,10	0,30	0,05

Найти законы распределения составляющих X и Y.

7. Прочитайте тест и выберите правильный ответ. Запишите цифру правильного ответа.

Задача. Размах варьирования вариационного ряда 2, 3, 4, 5, 5, 7, 9, 10, 12, 14, x_{11} равен 15. Тогда значение x_{11} равно:

- 1) 17; 2) 13; 3) 15; 4) 11.

8. Прочитайте тест и запишите развернутый обоснованный ответ.

Задача. Мода вариационного ряда 2, 4, 5, 7, 7, 7, 9, 9, 11, 12 равна:

- 1) 7; 2) 12; 3) 10; 4) 2.

9. Прочитайте текст и запишите развернутый обоснованный ответ (дайте определение двух независимых случайных величин и запишите формулу):

Чему равно математическое ожидание произведения двух независимых случайных величин $M(XY)$?

10. Прочитайте тест и запишите развернутый обоснованный ответ.

Задача. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема $n = 80$:

$x_i - x_{i+1}$	0–2	2–4	4–6	6–8	8–10
n_i	6	14	28	n_4	12

Тогда значение n_4 равно:

- 1) 20; 2) 10; 3) 100; 4) 30.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**

**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

**«Волжский государственный
университет водного транспорта»**

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
“Информационная безопасность автоматизированных
систем”

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Система _____ нескольких
случайных величин. Закон распределения вероятностей дискретной двумерной случайной
величины.
2. Случайные процессы. Случайные функции. Задачи анализа и синтеза.
3. Дана матрица перехода $P_1 = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$ Найти матрицу перехода P_2 .

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ Билет №2

1. Функция распределения двумерной случайной величины. Её свойства.

2. Корреляционная теория случайных функций.

3. Дана матрица перехода $P_1 = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$ Найти матрицу перехода P_3 .

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202 учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность
автоматизированных систем»
Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте
(по видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 3.

1. Плотность совместного распределения вероятностей непрерывной двумерной случайной величины. Её свойства. Вероятностный смысл.
2. Математическое ожидание случайной функции. Свойства математического ожидания.
3. Найти математическое ожидание случайной функции $X(t) = Ucost$, где U – случайная функция, причем $M(U)=2$.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202____учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 4.

1. Условные законы распределения
составляющих системы
дискретных случайных
величин.
2. Дисперсия случайной функции.
3. Найти дисперсию случайной функции $X(t) = U \cos t$, где U – случайная функция, причем $D(U)=6$.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 5

1. Условные законы
распределения составляющих
системы непрерывных случайных величин.
2. Корреляционная функция случайной функции. Её свойства.
3. Задана корреляционная функция $k_x(\tau) = \frac{1}{2} \cos \tau$ стационарной случайной функции $X(t)$. Найти нормированную корреляционную функцию.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202____учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
“Информационная безопасность автоматизированных
систем“

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 6.

1. Условное математическое ожидание.
2. Взаимная корреляционная функция. Её свойства.
3. Показать, что абсолютная величина корреляционной функции стационарной случайной функции не превышает ее значения в начале координат: $|k_x(\tau)| \leq k_x(0)$.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

«Волжский государственный
университет водного транспорта»
(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»
Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 7.

1. Зависимые и независимые случайные величины.
2. Производная случайной функции и её характеристики.
3. Дана случайная функция $X(t) = \cos(t + \varphi)$, где φ случайная величина, распределенная равномерно в интервале $(0, 2\pi)$. Доказать, что $X(t)$ – стационарная функция.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 8.

1. Числовые характеристики
системы случайных величин.
2. Интеграл от случайной функции и его характеристики.
3. Задано математическое ожидание $m_x(t) = t^2 + 2t + 1$ случайной функции $X(t)$.
Найти математическое ожидание её производной.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 9.

1. Ковариация. Коэффициент корреляции.
2. Определение стационарной случайной функции.
3. Найти математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайной функции $X(t) = Ut + Vt^2$, где $M(U) = 4$, $M(V) = 7$, $D(U) = 0,1$, $D(V) = 2$.
 U и V некоррелированные величины.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 10.

1. Нормальный закон
распределения на плоскости.
2. Стационарно связанные случайные функции.
3. Задано математическое ожидание $m_x(t) = t^2 + 1$ случайной функции $X(t)$. Найти
математическое ожидание её производной.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 11.

1. Линейная регрессия. Прямые
среднеквадратической регрессии.
2. Корреляционная функция производной стационарной функции.
3. Найти математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайной
функции $X(t) = Ut + Vt^2$, где $M(U) = 2$, $M(V) = 5$, $D(U) = 0,1$ $D(V) = 2$.
 U и V некоррелированные величины.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 12.

1. Линейная корреляция.
Нормальная корреляция.
2. Взаимная корреляционная функция стационарной случайной функции и её производной.
3. Дана матрица перехода $P_1 = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$ Найти матрицу перехода P_2 .

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
“Информационная безопасность автоматизированных
систем”

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 13.

1. Функциональная,
статистическая и
корреляционные зависимости.
2. Корреляционная функция интеграла стационарной функции.
3. Дана матрица перехода $P_1 = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$ Найти матрицу перехода P_3 .

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202____учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 14.

1. Выборочное уравнение регрессии.
2. Определение характеристик эргодических стационарных случайных функций.
3. Найти математическое ожидание случайной функции $X(t) = Ucost$, где U – случайная функция, причем $M(U)=2$.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»
(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
“Информационная безопасность автоматизированных
систем”

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 15.

1. Корреляционная таблица.
2. Представление стационарной
случайной функции в виде
гармонических колебаний со случайными амплитудами и фазами.
3. Найти дисперсию случайной функции $X(t) = U \cos t$, где U – случайная функция, при чем $D(U)=6$.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202____учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 16.

1. Выборочный коэффициент корреляции.
2. Дискретный спектр стационарной случайной функции.
3. Задана корреляционная функция $k_x(\tau) = \frac{1}{2} \cos \tau$ стационарной случайной функции $X(t)$. Найти нормированную корреляционную функцию.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202__ учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 17.

1. Выборочное корреляционное соотношение.
2. Непрерывный спектр стационарной случайной функции. Спектральная плотность.
3. Показать, что абсолютная величина корреляционной функции стационарной случайной функции не превышает ее значения в начале координат: $|k_x(\tau)| \leq k_x(0)$.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202____учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 18.

1. Корреляционное отношение, как
мера корреляционной связи.
2. Нормированная спектральная плотность. Дельта - функция. Стационарный белый шум.
3. Найти математическое ожидание, корреляционную функцию и дисперсию случайной
функции $X(t) = Ut + Vt^2$, где $M(U) = 2$, $M(V) = 5$, $D(U) = 0,1$, $D(V) = 2$.
 U и V некоррелированные величины.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202____учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 19.

1. Простешие случаи криволинейной
корреляции.

2. Цепи Маркова. Марковский
процесс. Однородная цепь Маркова.

3. Дана матрица перехода $P_1 = \begin{pmatrix} 0.4 & 0.6 \\ 0.3 & 0.7 \end{pmatrix}$ Найти матрицу перехода P_2 .

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.



**ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО
МОРСКОГО И РЕЧНОГО
ТРАНСПОРТА**
**Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования**

«Волжский государственный
университет водного транспорта»

(ФГБОУ ВО «ВГУВТ»)

ул. Нестерова, 5а, Нижний Новгород,
603951

Тел. (831)419 – 79 – 51

Кафедра «Математики»

202__-202____учебный год

Экзамен по дисциплине «Теория вероятностей,
случайные процессы и математическая статистика»

Специальность/направление подготовки 10.05.03
«Информационная безопасность автоматизированных
систем»

Специализация/профиль

Безопасность автоматизированных систем на транспорте (по
видам)

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 20.

1. Понятие о множественной регрессии.
2. Переходные вероятности. Матрица перехода. Равенство Маркова.
3. Найти дисперсию случайной функции $X(t) = Ucost$, где U – случайная функция, причем $D(U)=6$.

Зав. кафедрой, д.ф.-м.н., профессор

Белых В.Н.